

## MODELOWANIE PEKANIA OŚRODKÓW ZIARNOWYCH W OBSZARZE STAŁO-CIEKŁYM

NORBERT SCZYGIOŁ, GRZEGORZ SZWARC

### MODELLING OF GRAINS MEDIUM CRACKING IN SEMI-SOLID REGION

#### Abstract

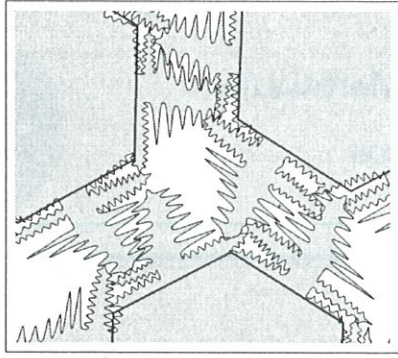
*The paper deals with methodology of determination stresses in a solidifying semi-solid medium. Finite Element Method is used for numerical solution of the problem. The kinetics of the solidification on the level of grain in the micro structure is taken into account to change the geometry of the finite element mesh. The calculated stresses are utilized to assess susceptibility of castings to hot tearing. It is achieved by formulating the local coefficient.*

### 1. WSTĘP

Krzepnięcie odlewu jest procesem niejednorodnym. Oznacza to, że w każdym punkcie odlewu przebiega ono inaczej. Przebiegi krzepnięcia najłatwiej jest opisać tzw. krzywymi stygnięcia, ujmującymi zależność zmiany temperatury od czasu. Są one szczególnie przydatne podczas weryfikacji wyników symulacji z danymi pochodzącymi z eksperymentu. Niemal wszystkie odlewane metale krzepną w przedziałach temperatur. Przedziały te rozciągają się od temperatury początku krzepnięcia, zwanej temperaturą likwidus ( $T_L$ ), do temperatury końca krzepnięcia, zwanej temperaturą solidus ( $T_S$ ). W niektórych przypadkach krzepnięcie kończy się w stałej temperaturze, zwanej temperaturą eutektyczną ( $T_E$ ). W odlewie ze stopu krzepnącego w przedziale temperatur wyróżnia się strefę fazy ciekłej, strefę fazy stałej oraz znajdującą się między nimi strefę dwufazową.

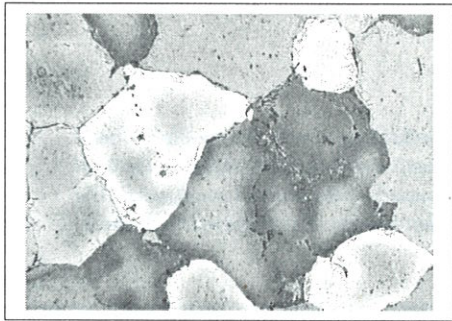
W trakcie tworzenia się struktury wewnętrznej odlewu krzepnący metal znajduje się w stanie stało-ciekłym, będącym mieszaniną fazy ciekłej i wstępnie uformowanej (w postaci dendrytów) fazy stałej. Mieszanina stało-ciekła z czasem tworzy szkielet fazy stałej, w którym gałęzie dendrytów należących do sąsiadujących ze sobą ziaren, przenikają się nawzajem, a między tymi gałęziami przepływa ciekły metal zasilając powstającą strukturę ziarnową (rys. 1).

Zróznicowanie prędkości stygnięcia odlewu prowadzi do pojawienia się niejednakowych gradientów temperatury, a tym samym do jego zróznicowanego kurczenia się. Skurcz ten jest sumą skurczu wywołanego zmianą temperatury i skurczu spowodowanego przemianą fazową. Kurczenie się stygnącego odlewu oraz opory stawiane przez formę odlewniczą są przyczynami powstawania naprężeń. Efektem kurczenia się odlewu i jego oddziaływań z formą może być bądź tzw. szczelina skurczowa, bądź zaciskanie się odlewu



Rys. 1. Schemat tworzenia się szkieletu dendrytów równoosiowych.  
Fig. 1. The scheme of forming equiaxed dendrites skeleton.

na formie. Kurczenie się zakrzepłej części metalu powoduje wzrost ciśnienia ciekłego metalu, co sprawia, że ramiona dendrytów łamią się umożliwiając ciekłemu metalowi penetrację przestrzeni między ramionami. Powstająca struktura ziarnowa ma charakter chaotyczny, a na przekroju poprzecznym poszczególne ziarna mają kształt wieloboków wypukłych (rys. 2).



Rys. 2. Ziarna równoosiowe w stopie Al-2%Cu stygnącym z prędkością 0,5 K/s, powiększenie 50× (Szczygiol, 2000).  
Fig. 2. Equiaxed grains in Al-2%Cu casting cooled with the velocity of 0,5 K/s, 50 times magnification (Szczygiol, 2000).

Pękanie ośrodków stało-ciekłych następuje, gdy oddziałujące na nie naprężenia są w stanie rozzerwać szkielet fazy stałej wypełniony fazą ciekłą. Pęknięcia na gorąco mogą pojawić się tylko w takich miejscach odlewów, które jako ostatnie, w trakcie krzepnięcia, przechodzą przez stadium stało-ciekłe. Analizując mechanizm pęknięcia na gorąco odlewów o strukturze równoosiowej można obszar stało-ciekły podzielić na podobszary zajmowane przez fazę stałą (narastające ziarna) oraz podobszary zajmowane przez warstwy rozdzielające (mieszanina fazy stałej i ciekłej), posiadające zdolność do przenoszenia naprężeń.

## 2. MAKROSKOPOWE MODELOWANIE KRZEPNIĘCIA ODLEWÓW O STRUKTURZE RÓWNOOSIOWEJ

Bardzo często ziarna krzepnącego metalu są znacznie mniejsze od elementów skończonych stosowanych

w obliczeniach kinetyki krzepnięcia oraz wyznaczaniu stanu naprężenia w krzepnącym i stygnącym odlewie. W zadaniach tego typu analizowany obszar traktuje się jako izotropowy, ignorując ziarnowy charakter budowy metalu. Zjawisko krzepnięcia opisane jest quasi-liniowym równaniem przewodzenia ciepła (Dahuijsen i Segal, 1986)

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \rho_s L \frac{\partial f_s}{\partial t} = c \rho \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (1)$$

gdzie  $T$  jest temperaturą,  $t$  jest czasem,  $\lambda$  jest współczynnikiem przewodności cieplnej,  $c$  jest ciepłem właściwym,  $\rho_s$  jest gęstością fazy stałej,  $L$  jest ciepłem krzepnięcia, a  $f_s$  jest udziałem fazy stałej obliczanym jako iloraz objętości zakrzepłej do całkowitej objętości ziarna po zakrzepnięciu. Równanie to wraz z warunkiem początkowym oraz warunkami brzegowymi stanowi podstawę temperaturowego opisu krzepnięcia.

Najważniejszym efektem cieplnym zachodzącym podczas krzepnięcia jest wydzielanie się (utajonego) ciepła krzepnięcia. Jest to równocześnie zjawisko najtrudniejsze do modelowania numerycznego. Najczęściej stosowanymi sposobami modelowania wydzielania się ciepła krzepnięcia są *entalpowe*, w których ciepło krzepnięcia uwzględnia się w opisie matematycznym, w zależnym od temperatury członie pojemności cieplnej. Ze względu na sposób wyznaczania efektywnej pojemności cieplnej wyróżnia się:

- metody, w których efektywna pojemność cieplna zależy od temperatury – wymagają zastosowania iteracyjnych technik korekcyjnych do „poprawienia” temperatur w węzłach, które „przeskoczyły” przedział temperatur krzepnięcia, tzw. *sformułowania pojemnościowe*,
- metody, w których efektywna pojemność cieplna jest zależna od entalpii – wyznaczana jest ona dla całego elementu na podstawie odpowiednich funkcji entalpii, tzw. *sformułowania podstawowe*.

Równanie (1) wymaga znajomości zależności udziału fazy stałej od temperatury. Pozwala to na bezpośrednie uwzględnienie powstającej struktury ziarnowej w obliczeniach numerycznych pól temperatury i kinetyki krzepnięcia. Dla stopów dwuskładnikowych narastanie fazy stałej w funkcji temperatury, z uwzględnieniem kształtu powstających ziaren, przyjmuje się postaci (Szczygiol, 1992)

$$f_s(T) = \frac{1}{1 - nk\alpha} \left( \left( \frac{T_M - T}{T_M - T_L} \right)^{\frac{1 - nk\alpha}{k-1}} \right), \quad (2)$$

gdzie  $k$  jest współczynnikiem rozdziału domieszki,  $T_M$  jest temperaturą krzepnięcia podstawowego składni-

ka stopu,  $n$  jest współczynnikiem ujmującym kształt ziaren ( $n = 2$  dla ziarna płaskiego,  $n = 4$  dla cylindrycznego,  $n = 6$  dla sferycznego), a  $\alpha$  współczynnikiem uwzględniającym drogę dyfuzji (współczynnik Brody-Flemingsa) (Brody i Flemings, 1966). Współ-

czynnik ten definiowany jest jako  $\alpha = \frac{D_s t_f}{r_z^2}$ , gdzie

$r_z$  jest końcowym promieniem ziarna. Iloczyn współczynnika dyfuzji domieszki w fazie stałej i lokalnego czasu krzepnięcia ( $D_s t_f$ ) traktuje się jako parametr materiałowy.

W modelowaniu numerycznym krzepnięcia istnieją trudności w uwzględnieniu tworzącej się struktury wewnętrznej krzepnącego materiału. Wielkość obszarów o zróżnicowanej strukturze, jak również wymiary charakterystyczne ziaren w tych obszarach, zależą od stopnia przechłodzenia ciekłego metalu w chwili rozpoczęcia krzepnięcia, który to stopień zależy od szybkości odprowadzania ciepła z odlewu (Dalhuijsen i Segal, 1986, Majchrzak i Mochnacki, 1995). Dla uproszczenia przyjmuje się założenie, że krzepnięcie rozpoczyna się w temperaturze likwidus, natomiast wielkość przechłodzenia, reprezentowanego przez prędkość stygnięcia, decyduje o charakterystycznych wymiarach powstającej struktury. Dodatkowo przyjmuje się, że w odlewie powstaje jeden typ struktury, a mianowicie struktura równoosiowa.

Przystępując do wyznaczania naprężeń w krzepnących odlewach przyjmuje się, że podstawowymi przyczynami ich powstawania są niejednakowe gradienty temperatury oraz opory jakie stawia forma kurczącemu się odlewowi. Danymi wejściowymi do symulacji powstawania naprężeń są pola temperatury odpowiadające kolejnym chwilom czasu. Prowadzi to w naturalny sposób do stosowania metody przyrostowej, gdzie dla pola przyrostu temperatury dla danego kroku oblicza się przyrosty przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia, które następnie dodaje się do wcześniej obliczonych wartości.

Zakłada się, że naprężenia pojawiają się w chwili utworzenia się, wokół formy odlewniczej, szkieletu fazy stałej mogącego przenieść pojawiające się w tym momencie siły wewnętrzne. W związku z tym, w modelowaniu numerycznym naprężeń w odlewach przyjmuje się pewną graniczną wartość udziału fazy stałej, od której rozpoczyna się proces wyznaczania naprężeń (Bokota i Parkitny, 1983; Parkitny i in., 2001).

Do opisu pozostałej części materiału odlewu, znajdującego się w stanie ciekłym, nie można bezpośrednio zastosować teorii sprężystości. Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest traktowanie ciekłego metalu jako ośrodka sprężystego o bardzo małym module Younga (kilka rzędów wielkości mniejszego niż dla materiału zakrzepłego). Podejście to ma

tę zaletę (podczas modelowania metodą elementów skończonych), że węzły odpowiadające ciekłemu metalowi przemieszczają się i nie dochodzi do deformacji elementów na granicy podobszarów formy i odlewu (Bokota i Parkitny, 1991, Nagórka, 1999).

W makroskopowej analizie stanu naprężenia krzepnącego odlewu zakłada się, że materiał odlewu podlega odkształceniom cieplnym ( $\epsilon^th$ ), sprężystym ( $\epsilon^el$ ) oraz plastycznym ( $\epsilon^pl$ ). Ponadto przyjmuje się, że podczas odkształcenia plastycznego materiał odlewu doznaje wzmocnienia izotropowego.

W modelowaniu numerycznym metodą elementów skończonych przyjmuje się, że podobszary odlewu i formy są w siatce elementów skończonych oddzielone od siebie. Naprężenia wyznaczone w nich nie są przenoszone przez granice i obydwie części siatki deformują się niezależnie, o ile nie są związane ze sobą odpowiednim warunkiem, poślizgu lub ciągłości.

Warunek ciągłości służy do „związania” przemieszczeń węzła po stronie odlewu z węzłem w formie. Stosuje się go, gdy udział fazy stałej w elementach na brzegu odlewu nie przekroczył jeszcze granicznej wartości. Para taka jest wiązana ze sobą, więc węzeł ciekłego odlewu podąża za przemieszczającym się węzłem formy. Po utworzeniu się szkieletu fazy stałej warunek ciągłości nie jest używany.

Szczelina może powstać w węzłach brzegu po utworzeniu się szkieletu fazy stałej. W trakcie obliczeń śledzi się powstawanie nowych szczelin i zamykanie się istniejących wcześniej. Tendencję do powstawania szczeliny w węzle wykrywa się analizując kierunek i zwrot siły węzłowej wykonując próbne obliczenia w danym kroku obciążenia z narzuconym warunkiem na poślizg w tym węzle. W przypadku stwierdzenia mechanicznego oddziaływania podobszaru odlewu i formy wiąże się je ze sobą, pozwalając im na (beztarciowy) poślizg względem siebie. Ponieważ forma odkształca się, nie jest możliwe do przewidzenia położenie jej brzegów po wykonaniu obliczeń dla danego kroku obciążenia, więc nie korzysta się z warunku na poślizg węzła po prostej o znanym równaniu, tylko z warunku wiążącego ze sobą cztery stopnie swobody w globalnym układzie równań. Warunek ten sprowadza się do wymuszenia równości normalnych składowych wektorów przemieszczenia poszczególnych węzłów pary, podczas gdy składowe styczne do fragmentu brzegu mogą być dowolne (Nagórka, 1999, Sczygiol, 2000).

### 3. WYZNACZANIE STANU TERMOSPĘŻYSTO-PLASTYCZNEGO OŚRODKA STAŁO-CIEKŁEGO

W celu uwzględnienia ziarnowego charakteru budowy wewnętrznej materiału odlewu, w oparciu o od-



powiednie parametry wyznaczone na drodze obliczeń „makroskopowych”, buduje się szereg mniejszych zadań pozwalających na wyznaczenie stanów termosprężysto-plastycznych w krytycznych fragmentach odlewu znajdujących się w stanie stało-ciekłym.

Na rysunku 3 przedstawiono schemat analizy numerycznej stanu naprężenia obszaru stało-ciekłego. W wyniku obliczeń „makroskopowych” otrzymuje się szereg chwilowych pól (parametrów krzepnięcia), takich jak: temperatura ( $T$ ), gradient temperatury ( $\nabla T$ ), udział fazy stałej ( $f_s$ ), naprężenie ( $\sigma$ ), odkształcanie ( $\epsilon$ ) i przemieszczenie ( $\mathbf{u}$ ). Ponadto otrzymuje się pola: temperatury końca krzepnięcia ( $T_s$ ), prędkości krzepnięcia ( $v_c$ ) oraz wymiaru charakterystycznego ziaren równoosiowych ( $r_z$ ). Istotnymi z punktu widzenia analizy stanu termosprężysto-plastycznego ośrodka stało-ciekłego są pola: temperatury, udziału fazy stałej, wymiaru charakterystycznego ziarna oraz naprężenia.

Do analizy stanu ośrodka stało-ciekłego, w oparciu o wyniki eksperymentalne lub też „doświadczenie inżynierskie”, wybiera się obszary podatne na uszkodzenie. Są to przede wszystkim otocznia tzw. karbów. W wybranym obszarze „makroskopowe” elementy skończone izoluje się od reszty siatki odlewu, a parametry opisujące ich stan wykorzystuje się jako dane

wejściowe do zasadniczych obliczeń. Wymiar charakterystyczny ziarna ( $r_z$ ) służy do określenia wymiaru „mikroskopowych” elementów skończonych, funkcję udziału fazy stałej ( $f_s(t)$ ) wykorzystuje się do sterowania „rozrostu” podobszaru ziaren, a funkcję temperatury ( $T(t)$ ) do określenia wartości własności materiałowych. Tensor naprężenia ( $\sigma(t)$ ) stanowi podstawę do zbudowania odpowiednich warunków brzegowych.

Odpowiednio wygenerowana siatka wielobocznych (czworo-, pięcio-, sześciobocznych) elementów skończonych w sposób geometryczny oddaje ziarnowy charakter budowy analizowanego obszaru stało-ciekłego. Ponadto, pozwala ona na uwzględnienie dwóch podobszarów własności materiałowych: będących w stanie stałym gęsto splątanych dendrytów oraz rozdzielających je warstw, będących mieszaniną stało-ciekłą (rys. 1).

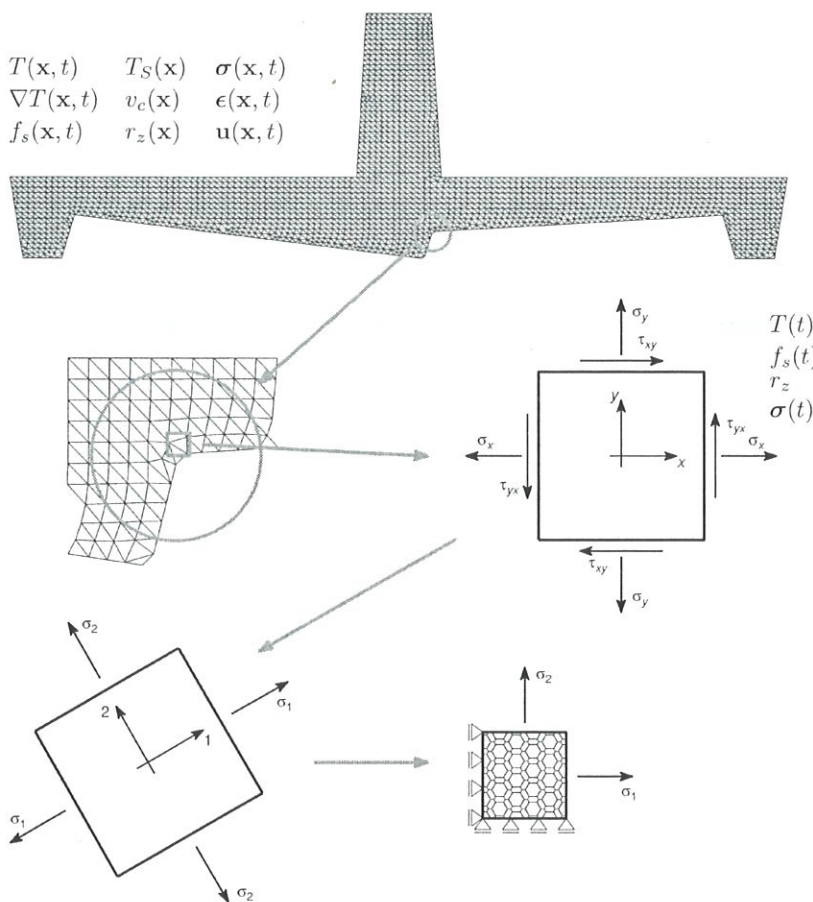
### 3.1. Siatka elementów skończonych

O wielkości siatki (liczbie elementów skończonych) decyduje pole powierzchni „makroskopowego” elementu skończonego. Niezależnie od jego pierwotnego kształtu, siatka elementów skończonych budowana jest na planie prostokąta (zbliżonego do kwadratu) o polu powierzchni równym lub bliskim jednej czwartej pola elementu makroskopowego. Takie przybliżenie w odwzorowaniu elementu makroskopowego podyktowane jest kształtem wielobocznych (foremnych) elementów skończonych, jakich użyto do budowy siatki. Przykład siatki, w której udział obu podobszarów własności materiałowych jest równy, pokazano na rysunku 4. Na tym rysunku kolorem szarym oznaczano obszar ziaren. Zaznaczono również wymiar charakterystyczny ziarna.

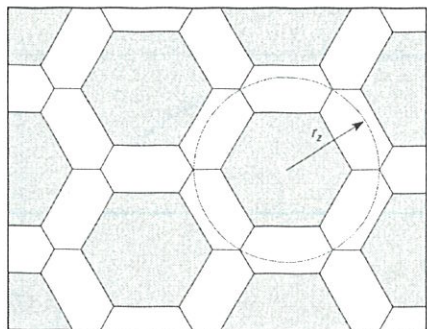
Ponieważ w podobszarze warstw występuje faza stała w postaci ramion dendrytów, dlatego też udział pola powierzchni podobszaru ziaren ( $A_g$ ) w polu powierzchni całego obszaru stało-ciekłego ( $A$ ) wyznacza się według zależności

$$\frac{A_g}{A} = \frac{f_s(1-u)}{1-uf_s}, \quad u \in (0,1), \quad (3)$$

gdzie  $u$  jest częścią udziału fazy stałej w obszarze warstw rozdzielających, przyjmowaną w dalszych obliczeniach jako równą 0,5. Na rysunku 5 pokazano przebieg stosunku pól (rów. (3)) w

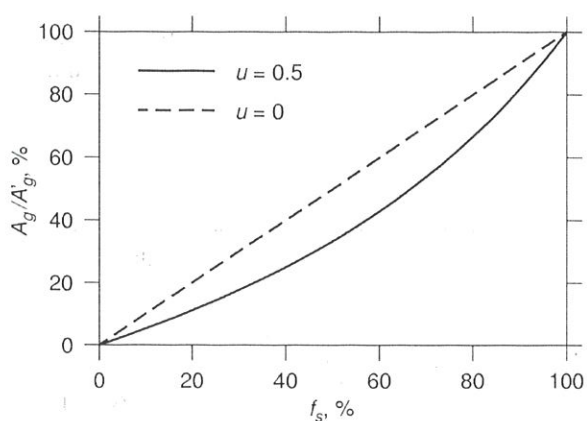


Rys. 3. Schemat budowania zadania do analizy stanu naprężenia obszaru stało-ciekłego.  
Fig. 3. Scheme for problem definition of analysis of stress state for semi-solid medium.



Rys. 4. Przykład siatki wielobocznych elementów skończonych z zaznaczeniem podobszarów własności materiałowych oraz wymiaru charakterystycznego ziarna.

Fig. 4. An example of polygonal finite element mesh. Subdomains with similar materials properties and characteristic size of grain have been marked.



Rys. 5. Przebieg funkcji udziału pola powierzchni obszaru ziaren do pola powierzchni całego obszaru stało-ciekłego w zależności od udziału fazy stałej.

Fig. 5. Area of grains zone divided by the area of entire semisolid medium zone as a function of solid fraction.

zależności od udziału fazy stałej z uwzględnieniem przesunięcia połowy udziału fazy stałej do podobszaru warstw ( $u = 0,5$ ) oraz przy założeniu, że całość fazy stałej znajduje się podobszarze ziaren ( $u = 0$ ).

### 3.2. Uwzględnienie kinetyki krzepnięcia w obliczeniach stanu naprężenia

Wzrost ziaren fazy stałej symuluje się poprzez odpowiednie przesunięcia węzłów siatki elementów skończonych według zależności

$$x = x_c - \sqrt{\frac{A_g}{A_g'}}(x_c - x'), \quad (4)$$

gdzie  $x$  jest współrzędną węzła, a  $x_c$  jest współrzędną tzw. środka narastania fazy stałej. Symbolem ' oznaczono aktualne położenie węzła oraz aktualny udział pola powierzchni podobszaru ziaren. Położenie umow- nego środka narastania fazy stałej dla ziarna leżącego

wewnątrz analizowanego obszaru pokrywa się z jego środkiem ciężkości. Dla ziarna „niepełnego”, leżącego przy brzegu analizowanego obszaru, środek narastania fazy stałej znajduje się w środku długości boku ziarna należącego do brzegu obszaru. Współrzędne środka narastania fazy stałej dla ziaren leżących w narożach obszaru pokrywają się ze współrzędnymi węzłów narożnych siatki.

Kinetykę krzepnięcia uwzględnia się również w modelu własności mechanicznych ośrodka stało-ciekłego. Własności zależą przede wszystkim od temperatury ośrodka (jednakowej dla całego obszaru), która jest zmienna w czasie. Jednak z uwagi na uwzględnienie dwóch podobszarów własności materiałowych, uwzględnia się funkcję fazy stałej do „sterowania” własnościami mechanicznymi podobszarów ziaren i warstw rozdzielających.

### 3.3. Warunki brzegowe zadania

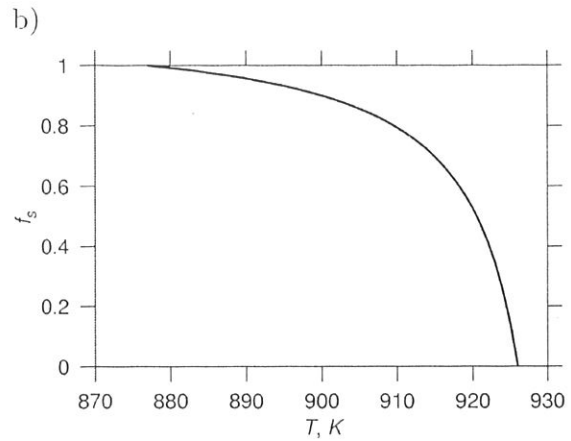
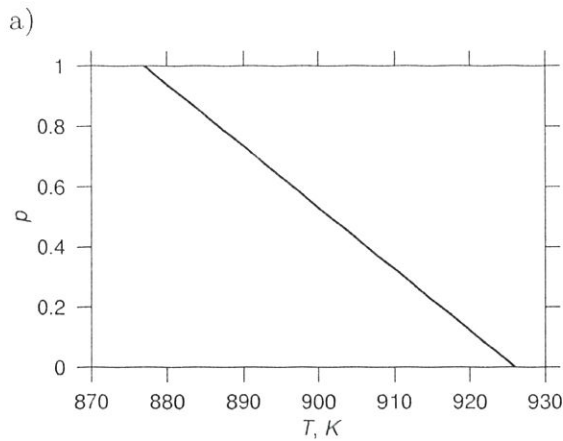
Siatkę elementów skończonych obciąża się makroskopowym stanem naprężenia panującym w analizowanym obszarze. Z uwagi na brak symetrii przy obciążaniu układu, tensor naprężenia przelicza się na równoważny, działający w kierunkach głównych. W wyniku tego przekształcenia otrzymuje się możliwość rozważania ćwiartki układu przy odpowiednim zamocowaniu na osiach symetrii oraz obciążaniu naprężeniami w kierunkach głównych. Warunki brzegowe zadawane są w sposób pokazany na rysunku 3. Ponieważ makroskopowy stan naprężania jest zmienny w czasie, warunki brzegowe są aktualizowane o wymagane przyrosty.

### 3.4. Metoda rozwiązania zadania

Obliczenia prowadzone są od momentu „pojawienia się” naprężeń, tj. od chwili, gdy w analizowanym elemencie makroskopowym przekroczona zostaje krytyczna wartość udziału fazy stałej (tu 25%) oraz gdy należy on do szkieletu metalu zakrzepłego wokół ścian formy, aż do chwili osiągnięcia przez udział fazy stałej wartości 100%.

Wyznaczanie stanu naprężenia w skali „mikro” rozwiązuje się jako zagadnienie termosprężysto-plastyczne metodą elementów skończonych. Ze względu na wieloboczny kształt elementów skończonych zastosowanych do odwzorowania równoosiowej struktury wewnętrznej odlewu, wyznaczanie stanu naprężenia obszaru stało-ciekłego opiera się o hybrydowe sformułowanie tej metody. Szczegóły budowy tego typu zadań przedstawiono w pracach (Atluri, 1973, Ghosh i Moorthy, 1995).





Rys. 6. Przebiegi a) funkcji rozdziału własności materiałowych oraz b) funkcji udziału fazy stałej dla krzepnięcia według modelu równowagowego dla stopu Al-2%Cu.

Fig. 6. a) Function of „partitioned” material properties b) Function of solid fraction, for solidification process according to the lever rule of Al-2%Cu alloy.

### 3.5. Model własności mechanicznych ośrodka stało-ciekłego

Wyznaczanie wartości własności materiałowych ośrodka stało-ciekłego na drodze eksperymentalnej pozwala jedynie na określenie wartości makroskopowych, to jest takich, które opisują cały obszar bez ograniczenia na podobszary ziaren i warstw rozdzielających. Dla potrzeb modelowania numerycznego pęknięcia ośrodka stało-ciekłego wymagane jest „rozdzielenie” własności makroskopowych na własności w podobszarach. Przyjmuje się, że o „ilości” danego podobszaru decyduje funkcja udziału pól powierzchni  $A_g/A$  (rów. (3)), w związku z tym wartość własności materiałowej  $W$  zapisuje się jako

$$W = \frac{A_g}{A} W_g + \left(1 - \frac{A_g}{A}\right) W_l, \quad (5)$$

gdzie  $W_g$  jest wartością własności materiałowej dla podobszaru ziaren, a  $W_l$  dla podobszaru warstw rozdzielających. Ponadto zakłada się, że własności w podobszarach zachowują się zgodnie z pewną relacją, co zapisuje się stosunkiem

$$\frac{W_l}{W_g} = p \quad \text{gdzie } p \in (0,1), \quad (6)$$

przy czym  $p$  jest pewną funkcją rozdziału własności materiałowych zależną od temperatury ( $p = p(T)$ ). Uwzględniając powyższą zależność w (5) wyznacza się postać równania opisującego własność dla podobszaru ziaren

$$W_g = \frac{W}{p + \frac{A_g}{A}(1-p)}. \quad (7)$$

Postać funkcji rozdziału własności materiałowych

( $p$ ) można uzależnić od szerokości przedziału temperatur krzepnięcia, otrzymując liniową postać tej funkcji

$$p(T) = \frac{T_L - T}{T_L - T_S}. \quad (8)$$

Rysunek 6a przedstawia przykład przebiegu funkcji rozdziału własności materiałowych dla stopu Al-2%Cu krzepnącego w przedziale temperatur 926-877 K. Jako funkcję rozdziału własności materiałowych można wykorzystać również funkcję udziału fazy stałej. Jej przebieg dla stopu Al-2%Cu, krzepnącego według modelu równowagowego (Sczygiol, 2000), przedstawia rysunek 6b. Funkcja udziału fazy stałej spełnia podstawowy warunek stawiany funkcji  $p$  o przyjmowaniu wartości z przedziału (0, 1). Ponadto w sposób naturalny jest związana z modelowanym problemem „rozdzielenia” własności materiałowych. Dlatego w dalszej części pracy do rozdzielania własności materiałowych ośrodka stało-ciekłego zastosowano właśnie tę funkcję. Uwzględniając równanie (3) oraz przyjmując  $p(T) = f_s(T)$  z równania (7) otrzymuje się

$$W_g = \frac{W}{\frac{(1-f_s)(f_s - uf_s)}{1-uf_s} + f_s}. \quad (9)$$

Kluczowymi własnościami materiałowymi dla modelowania zjawisk termosprężysto-plastycznych są: moduł Younga, moduł wzmocnienia, liczba Poissona, granica plastyczności oraz współczynnik liniowej rozszerzalności cieplnej. Rysunki 7 i 8 przedstawiają przebiegi „rozdzielonych” funkcji modułu Younga oraz granicy plastyczności dla stopu Al-2%Cu krzepnącego według modelu równowagowego. Do opisu makroskopowego tych wielkości wykorzystano zależność z pracy (Konstantinov i Truhov, 1981). Równania zostały zmienione w stosunku do zaproponowanych w tej pracy tak, by dopasować je do temperatury po-

czątku krzepnięcia rozważanego stopu.

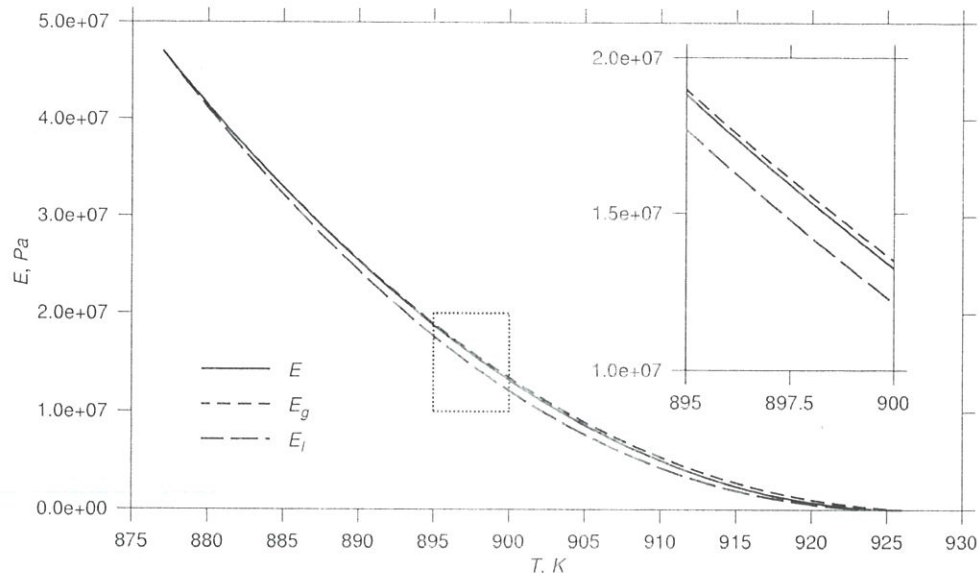
Ponieważ moduł wzmocnienia w modelu makroskopowym przyjmowany jest jako zależny (w sposób stały) od modułu Younga, jego wykres nie odbiega jakościowo od przebiegu modułu Younga.

Podczas „rozdzielania” liczby Poissona, dla temperatur bliskich temperaturze początku krzepnięcia, zaobserwowano gwałtowne wznoszenie się krzywej dla podobszaru ziaren. Przekroczyły one zakres dopuszczalnych wartości dla tej własności materiałowej. W związku z tym do obliczeń termosprężysto-plastycznych w obszarach stało-ciekłych przyjęto jednakową dla obu podobszarów liczbę Poissona, o wartości użytej do obliczeń makroskopowych. Analogicznie, z uwagi na znikomy wpływ jego „rozdzielania” na wyniki obliczeń, postąpiono ze współczynnikiem liniowej rozszerzalności cieplnej.

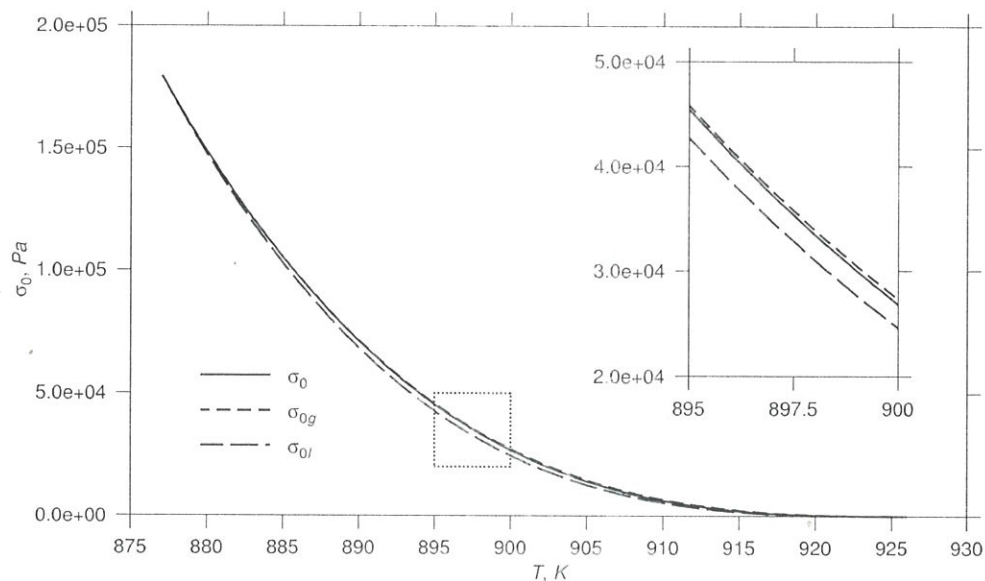
Na rysunku 9 przedstawiono schematy krzywych rozciągania dla modelu sprężysto-plastycznego z liniowym wzmocnieniem dla stopu Al-2%Cu. Uwzględniono na nich efekt „rozdzielania” własności materiałowych na podobszary ziaren i warstw rozdzielających. Na wykresach tych widoczna jest wyraźna zmiana wartości naprężenia dla podobszarów, w zależności od udziału fazy stałej, w stosunku do krzywej makroskopowej będącej ich wypadkową.

#### 4. PĘKANIE WARSTWY MIĘDZYZIARNOWEJ

Za najistotniejsze przyczyny powstawania naprężeń w krzepącym odlewie przyjmuje się niejednakowe gradienty temperatury oraz opory jakie forma stawia kurczącemu się odlewowi. Zmieniając warunki odprowadzania ciepła z odlewu do formy oraz z for-



Rys. 7. Moduł Younga w funkcji temperatury rozdzielony funkcją udziału fazy stałej.  
Fig. 7. Modulus of elasticity „partitioned” by solid fraction as a function of temperature.

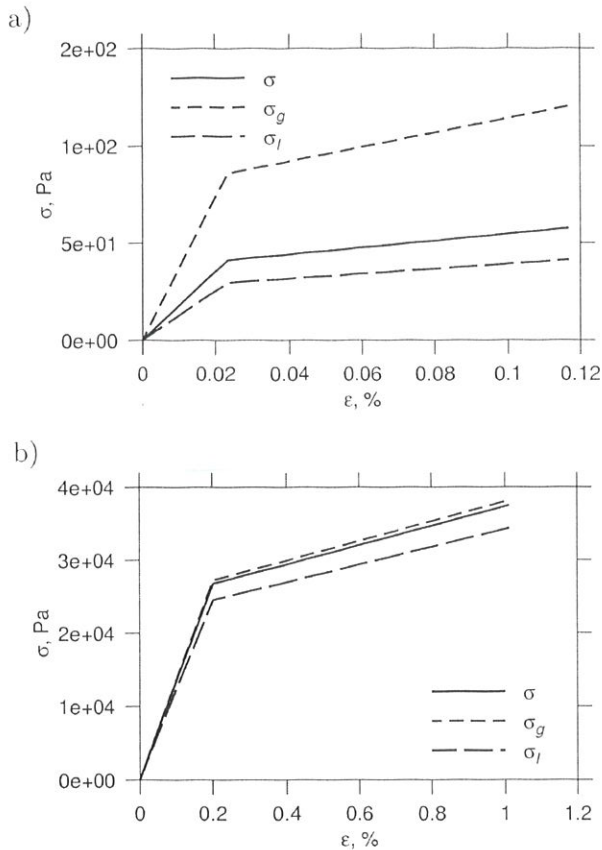


Rys. 8. Granica plastyczności w funkcji temperatury rozdzielona funkcją udziału fazy stałej.  
Fig. 8. The yield point „partitioned” by solid fraction as a function of temperature.

my do otocznia reguluje się prędkość krzepnięcia stopu (wzrost ziaren równoosiowych), ale również i prędkość naprężeń powstających w odlewie.

Do analizy skłonności krzepnącego odlewu do pęknięcia na gorąco proponuje się uwzględnianie stosunku prędkości naprężeń efektywnych w warstwach rozdzielających do prędkości naprężeń efektywnych w ziarnach. Propozycję wyrażono poprzez tzw. lokalny współczynnik skłonności do pęknięcia na gorąco i oznaczono symbolem  $\Theta$ . Jest to współczynnik, w którym rozpatruje się stany naprężeń w skali mikro, ale stany te otrzymuje się na podstawie stanów naprężenia ze skali makro.

Prędkość naprężenia efektywnego można zapisać jako



Rys. 9. Schemat wykresu rozciągania dla stopu Al-2%Cu krzepnącego według modelu równowagowego a)  $T = 923\text{ K}$  i  $f_s = 23,28\%$ , b)  $T = 900\text{ K}$  i  $f_s = 90,04\%$ .  
 Fig 9. Scheme of stretch diagram of Al-2%Cu alloy solidifying according to the lever rule.

$$\dot{\bar{\sigma}} = \frac{|\Delta\bar{\sigma}|}{\Delta t}, \quad (10)$$

gdzie  $\Delta\bar{\sigma}$  jest przyrostem naprężenia efektywnego w kroku czasowym  $\Delta t$ .

Z przeprowadzonych badań wynika, że dużo lepsze rezultaty daje wprowadzenie względnych przyrostów naprężenia efektywnych. Stąd

$$\Theta = \frac{|\Delta\bar{\sigma}_l| \bar{\sigma}_g}{|\Delta\bar{\sigma}_g| \bar{\sigma}_l}, \quad (11)$$

gdzie  $l$  oznacza podobszar warstw rozdzielających, natomiast  $g$  podobszar ziaren. Ponieważ iloraz względnych przyrostów naprężeń efektywnych w warstwach i ziarnach zdąży do zera wraz ze wzrostem udziału fazy stałej, dlatego dla lepszej ilustracji otrzymywanych wartości na wykresach, współczynnik zmodyfikowano do postaci

$$\Theta = -\ln \left( \frac{|\Delta\bar{\sigma}_l| \bar{\sigma}_g}{|\Delta\bar{\sigma}_g| \bar{\sigma}_l} \right). \quad (12)$$

Równanie (12) opisuje lokalną skłonność do pęknięcia na gorąco pewnego małego obszaru makrosko-

powego (tu makroskopowego elementu skończonego), składającego się z dwóch podobszarów: ziaren i warstw je rozdzielających. Użyte w tym równaniu wartości naprężeń oraz ich przyrosty wyznacza się dla podobszarów warstw i ziaren otrzymując dwa tensory opisujące wypadkowy stan naprężenia ze wszystkich ziaren oraz wypadkowy stan naprężenia ze wszystkich warstw rozdzielających, jakie należały do analizowanego obszaru. Tensory te otrzymuje się w wyniku całkowania funkcji naprężenia w rozważanym podobszarze, a następnie podzieleniu otrzymanej wartości przez pole powierzchni całkowanego podobszaru (tzw. homogenizacja).

„Duże” wartości otrzymywane z równania (12) wskazują na dużą skłonność do pęknięcia na gorąco. Wartość współczynnika  $\Theta$  wzrasta wraz ze wzrostem udziału fazy stałej. Wynika to z naprężeń rosnących wraz ze stopniem zestalenia obszaru. Nie wskazuje się konkretnej wartości granicznej, po przekroczeniu której nastąpi pęknięcie odlewu. Wartości współczynnika  $\Theta$  wykorzystuje się jako wartość porównawczą w celu wskazania obszarów analizowanego odlewu będących najbardziej prawdopodobnymi miejscami tego rodzaju uszkodzenia.

Korzystając z równania (12) przeprowadza się analizę porównawczą, w celu określenia najbardziej sprzyjających warunków wytwarzania danego typu odlewu. Wykonując szereg obliczeń makroskopowych dla różnych warunków początkowo-brzegowych, a następnie poddając analizie porównawczej makroobszary charakteryzujące się „dużymi” wartościami współczynnika  $\Theta$ , wskazuje się na optymalny zestaw warunków początkowo-brzegowych procesu wytwarzania.

Do tego typu analizy porównawczej niezbędne jest przyjęcie wspólnych (tj. takich samych dla wszystkich zadań makro) wartości współczynnika  $\Theta$  określających stopień skłonności do pęknięcia na gorąco (np. wysoki, średni, niski i brak skłonności), tworząc skalę porównawczą. Stopień skłonności uzależnia się od udziału fazy stałej, niwelując w ten sposób wpływ rosnących naprężeń jako funkcji udziału fazy stałej.

Wykonując zestawienie wartości  $\Theta$  (zgodnie z przyjętą skalą) w oparciu o siatkę makroskopowych elementów skończonych dla danej chwili czasu lub też dla określonego udziału fazy stałej, otrzymuje się graficzne odwzorowanie obszarów o zróżnicowanych wartościach  $\Theta$ . Wielkość grup elementów makroskopowych (elementów znajdujących się obok siebie) charakteryzujących się wysokim stopniem skłonności do pęknięcia stanowi kryterium do wyboru optymalnych warunków odlewania.



## 5. PRZYKŁADY SYMULACJI NUMERYCZNEJ

Jako dane wejściowe do numerycznej oceny skłonności do pęknięcia na gorąco wykorzystano zadanie, do którego kształt oraz wymiary odlewu zaczerpnięto z pracy (Wunderlin i Hörner, 1977), w której odlew ten służył jako próba technologiczna do oceny skłonności stopu do pęknięcia na gorąco. Własności materiałowe modelowanego odlewu i sposób wyznaczania kinetyki krzepnięcia oraz stanu naprężenia w skali makro przyjęto z pracy (Szczygiol, 2000).

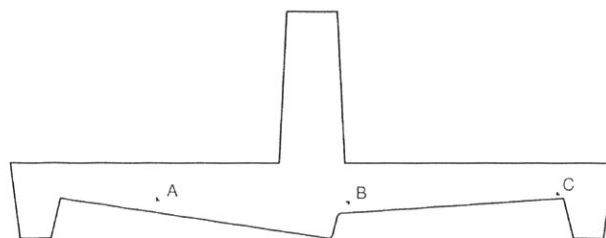
Zadanie rozwiązano w sześciu wariantach. Uwzględniono w nich dwie temperatury początkowe formy odlewniczej: 300 K – odpowiadającą zimnej formie oraz 600 K – odpowiadającą ciepłej formie, oraz trzy temperatury zalewania (temperatury początkowe odlewu): 930, 960 i 990 K. Zróżnicowanie w temperaturach zalewania wprowadzono w celu sprawdzenia jak układ (forma – odlew) reaguje na temperaturę początkową wyższą tylko o 4 K od temperatury likwidus stopu oraz na metal przegrzany (990 K), dający możliwość nagrzania formy odlewniczej od wewnątrz zanim rozpocznie się proces krzepnięcia. Użyte dalej oznaczenia symulacji i odpowiadające im kombinacje warunków początkowych zostały zaprezentowane w tabeli 1.

Tabela 1. Oznaczenie i warunki początkowe symulacji  
Table 1. Symbols and initial conditions for the simulation

Oznaczenie wariantu	Temp. początkowa, K	
	forma	odlew
300/930	300	930
300/960	300	960
300/990	300	990
600/930	600	930
600/960	600	960
600/990	600	990

Na rysunku 10 przedstawiono położenie makroskopowych elementów skończonych, dla których wykonano analizę stanu naprężenia zgodną ze schematem prezentowanym na rysunku 3.

Jak już napisano wcześniej, danymi wejściowymi dla tej analizy są: wymiar charakterystyczny ziarna, temperatura, udział fazy stałej oraz stan naprężenia. Wartości wymiaru charakterystycznego ziarna dla elementów skończonych A, B i C w poszczególnych wariantach zadania zgromadzono w tabeli 2. Wraz ze wzrostem temperatury początkowej odlewu obserwuje się rozdrobnienie struktury ziarnowej metalu, natomiast podnosząc temperaturę początkową formy, następuje proces odwrotny. Dodatkowo obserwuje się nieliniowy charakter tych zmian.



Rys. 10. Położenie i oznaczenie analizowanych makroskopowych elementów skończonych.

Fig. 10. Location and notation of analysed macroscopic finite element.

Tabela 2. Wymiar charakterystyczny ziarna w analizowanych elementach skończonych

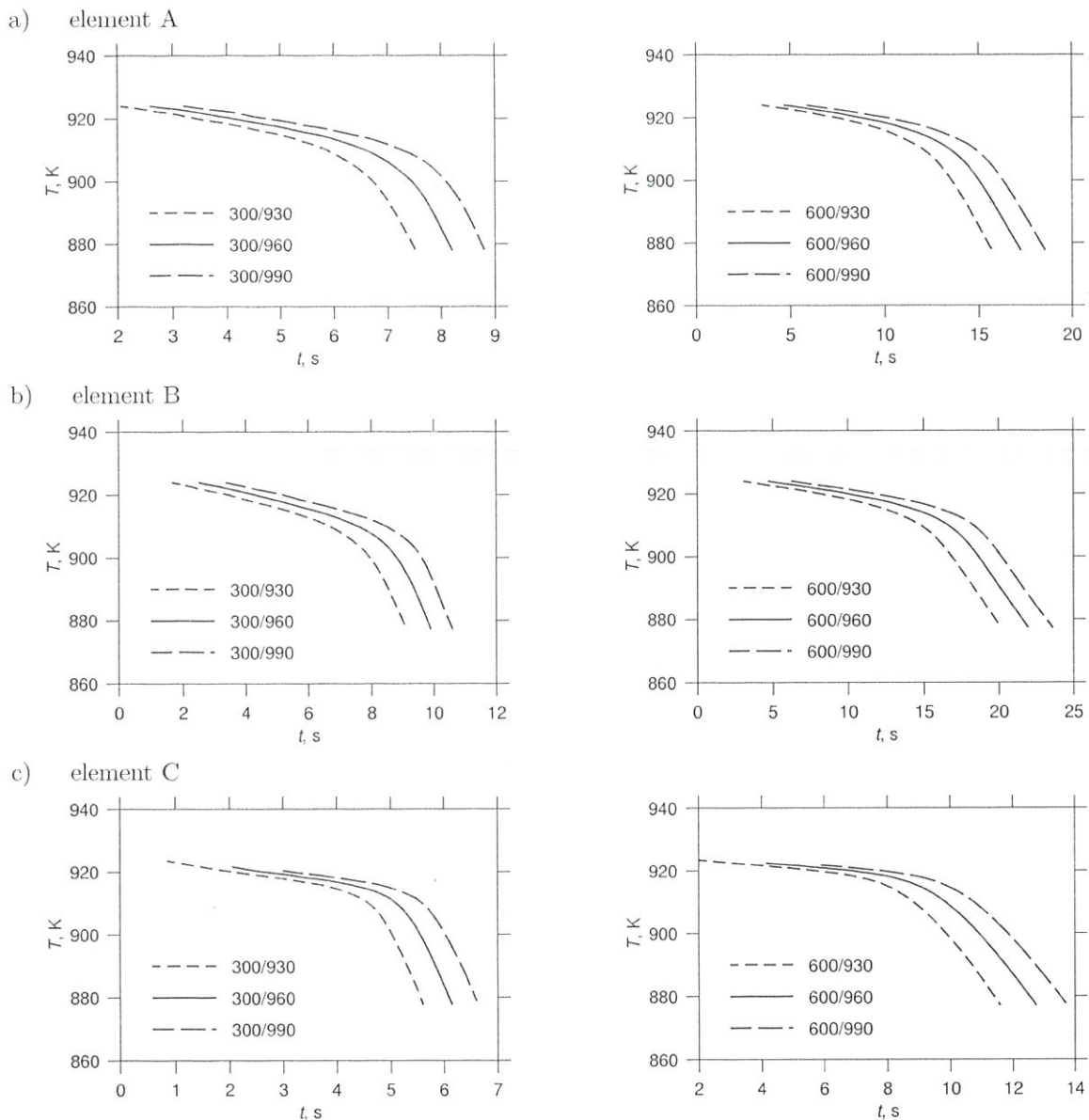
Table 2. Characteristic size of grain in analysed finite elements

Wariant	$r_z$ , $\mu\text{m}$		
	A	B	C
300/930	74,47	74,33	22,31
300/960	34,66	41,66	17,62
300/990	26,63	35,18	11,98
600/930	85,11	85,07	57,99
600/960	47,43	55,80	33,24
600/990	42,53	50,61	28,36

Na rysunkach 11–13 zestawiono przebiegi (w funkcji czasu) pozostałych danych wejściowych (parametrów obliczeń). Prezentowane przebiegi obejmują tylko przedział czasu, dla którego element znajdował się stanie stało-ciekłym (czyli  $f_s < 100\%$ ) oraz był zdolny przenosić siły wewnętrzne, tj. jego udział fazy stałej był większy niż 25% oraz był on częścią szkieletu zakrzepłego metalu utworzonego wokół formy odlewniczej. Element C, którego wykresy udziału fazy stałej prezentowane są na rysunku 12c, jest przykładem elementu, dla którego początek analizy stanu naprężenia rozpoczął się przy udziale fazy stałej wyższym niż 25%.

Na rysunkach 11–13 obserwuje się „równoległe” przesunięcie wykresów prezentowanych parametrów wraz ze zwiększającą się temperaturą początkową odlewu, bez wyraźnego zwiększenia się interwału czasu, dla którego prowadzona była analiza stanu naprężenia. Blisko dwukrotne wydłużenie przedziału czasu zachodzi natomiast dla wyższej temperatury początkowej formy. Ponadto, skutkiem wyższej temperatury formy jest obniżenie wartości naprężenia efektywnego w analizowanych elementach (rys. 13). Wynika z tego, że prędkości naprężenia efektywnego są relatywnie większe przy odlewaniu do zimnej formy niż w wariantach z formą ciepłą. Ma to swoje odzwierciedlenie w wykresach prezentowanych na rysunku 14. Umieszczono na nim przebiegi lokalnego współczynnika skłonności do pęknięcia na gorąco ( $\Theta$ ) w funkcji udziału fazy stałej. Z uwagi na różne prze-





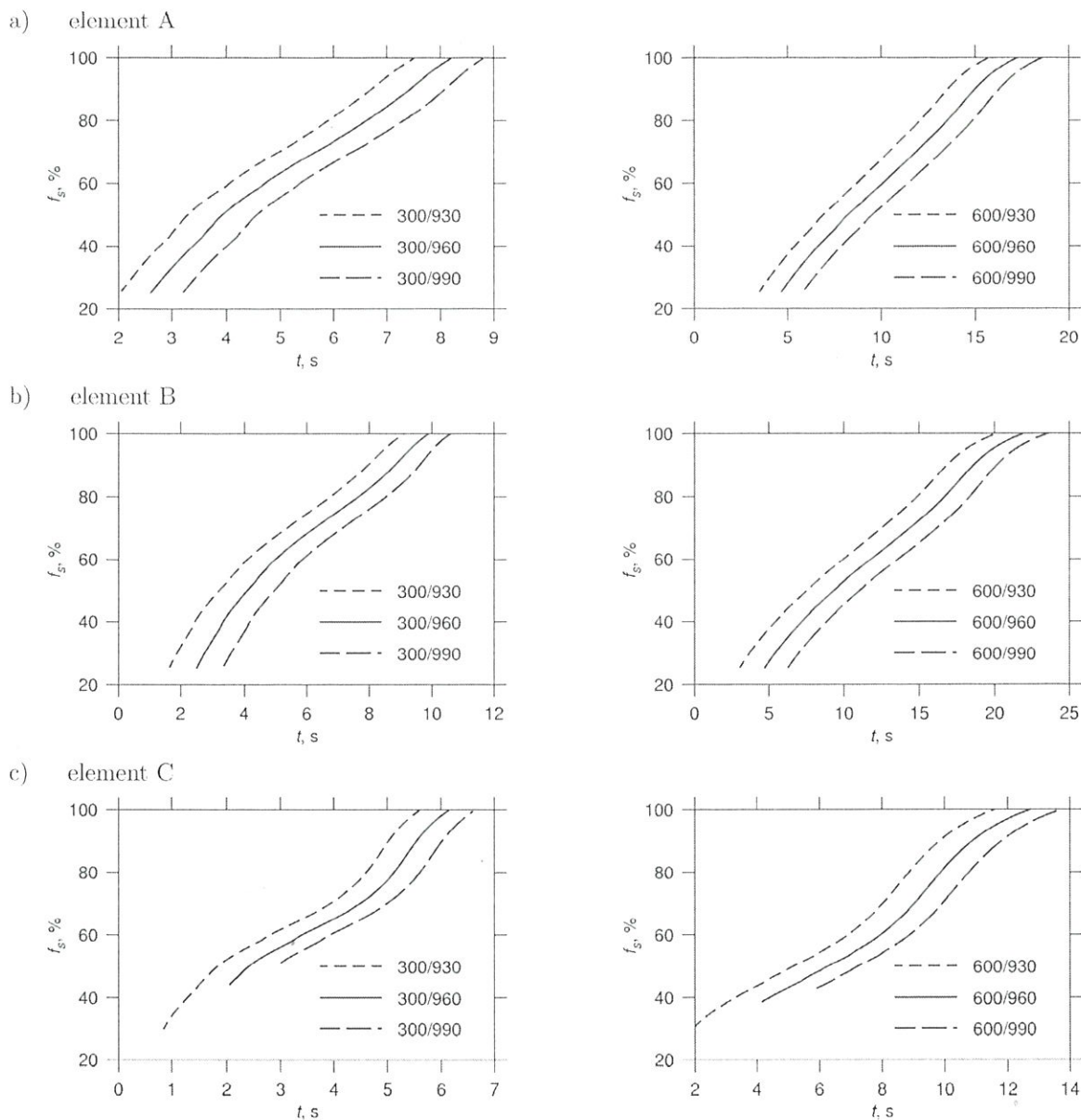
Rys. 11. Przebiegi temperatury dla analizowanych elementów makroskopowych w zakresie stało-ciekłym.  
 Fig. 11. Temperature profiles for analysed macroscopic elements in semi-solid medium.

działu czasu, w jakich była przeprowadzana analiza stanu naprężenia rozważanych elementów, prezentacja wyników w funkcji udziału fazy stałej daje możliwość bezpośredniego porównania wartości współczynnika  $\Theta$  ze wszystkich wariantów rozwiązywanego zadania.

Prezentowane na rysunku 14 przebiegi współczynnika  $\Theta$  dla wybranych elementów makroskopowych nie dają jednoznacznej odpowiedzi o wpływie warunków początkowych procesu na skłonność do pęknięcia na gorąco. Obserwuje się różnice w przebiegach wariantów 300/\* i 600/\* na niekorzyść wariantów z zimną formą, ale wpływ temperatury zalewania nie jest już tak widoczny (np. element B). W większości przypadków wykresy  $\Theta$  biegną bardzo blisko siebie, fragmentami zmieniając położenie względem siebie (pre-

platając się). Zjawisko przeplatania jest wyraźnie widoczne dla elementu skończonego A w przedziale 30-60% udziału fazy stałej. Jedynie dla szybko krzepnącego elementu C przebiegi współczynnika  $\Theta$  odznaczają się wyraźnym zróżnicowaniem wynikającym z temperatury zalewania.

Ostatecznie obliczenia lokalnego współczynnika skłonności do pęknięcia na gorąco przeprowadzono dla trzech grup makroskopowych elementów skończonych (rys. 15) z uwzględnieniem wariantów zadania z tabeli 1. Grupa główna, znajdująca się w centralnej części odlewu, obejmowała elementy zgromadzone pod wlewem głównym oraz stanowiące otoczenie karbu w dolnej części odlewu. W tej grupie elementów spodziewane było największe prawdopodobieństwo pęknięcia na gorąco. Dodatkowo obliczenia przeprowa-



Rys. 12. Przebiegi udziału fazy stałej dla analizowanych elementów makroskopowych w zakresie stało-ciekłym.  
 Fig. 12. Solid fraction profiles for analysed macroscopic elements in semi-solid medium.

dzono dla dwóch grup kontrolnych, w których nie przewidywano pęknięć na gorąco. Pierwsza grupa stanowiła przekrój środkowej części lewego ramienia odlewu, a druga obejmowała otoczenie karbu połączenia prawego ramienia z „główką” odlewu znajdującą się na jego końcu.

W celu porównania wartości  $\Theta$  między wariantami zadania sporządzono skalę skłonności do pęknięcia na gorąco w oparciu o wartość krytyczną  $\Theta_{cr}$ . Założono zależność tej wielkości od udziału fazy stałej. W celu wyznaczenia wartości krytycznej  $\Theta_{cr}$  określono wartości maksymalne współczynnika  $\Theta$  dla wszystkich wariantów zdania w przedziale udziału fazy stałej od 50 do 95% z krokiem 5%. Otrzymane wartości pozwoliły na wyznaczenie liniowej funkcji (rys. 16) określającej wartości krytyczne współczynnika  $\Theta$  w funkcji udziału fazy stałej, postaci

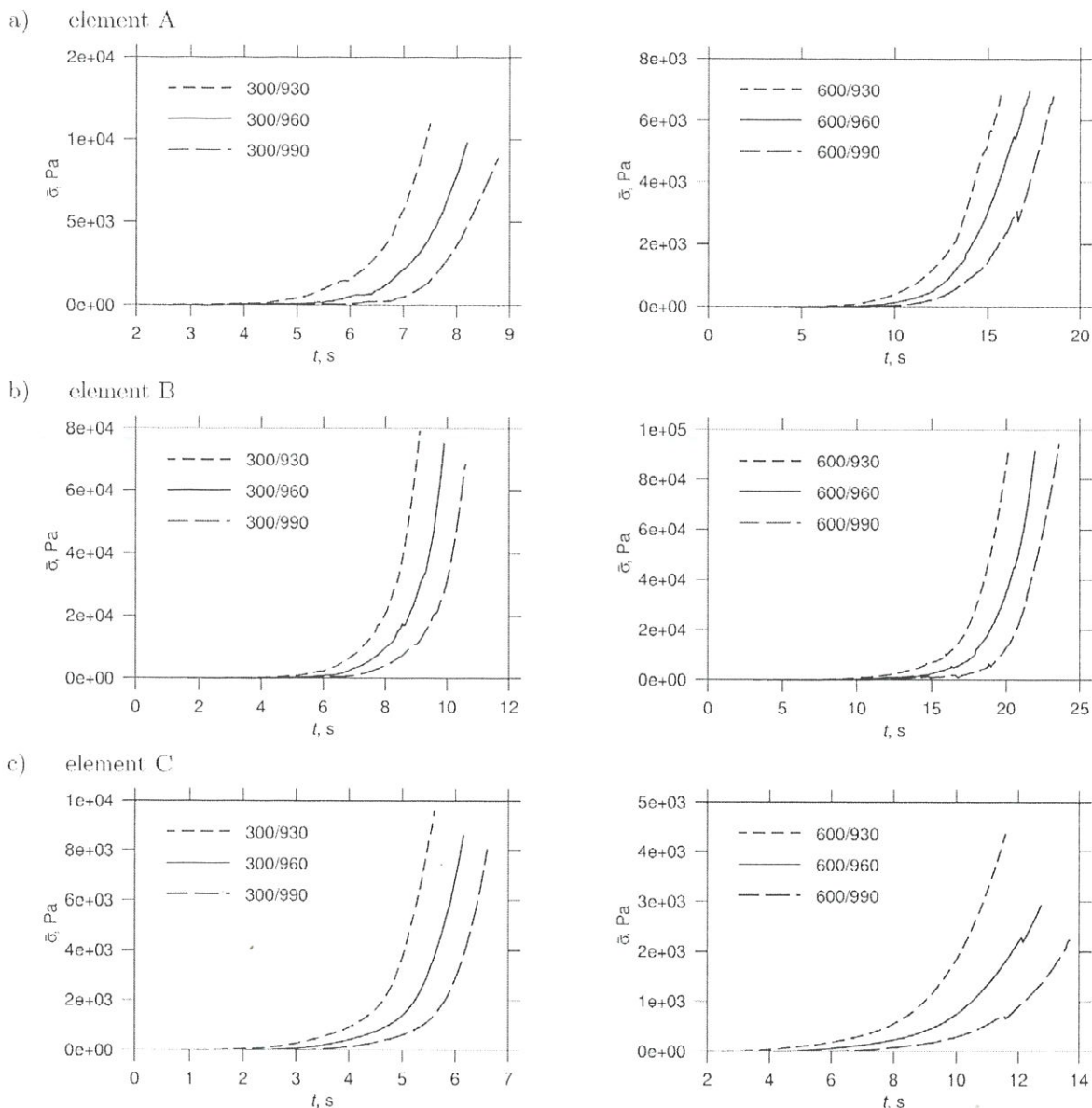
$$\Theta_{cr}(f_s) = 17,0524f_s + 6,48438. \quad (13)$$

Zależność (13) stanowiła podstawę do określenia stopni skłonności do pęknięcia na gorąco zaprezentowanych w tabeli 3.

Tabela 3. Przyjęta skala stopni skłonności do pęknięcia na gorąco  
 Table 3. Scale of susceptibility to hot tearing utilized

przedział $\theta$	stopień skłonności
$\langle \theta_{cr}, +\infty \rangle$	wysoki
$\langle 0,9\theta_{cr}, \theta_{cr} \rangle$	średni
$\langle 0,8\theta_{cr}, 0,9\theta_{cr} \rangle$	niski
$\langle -\infty, 0,8\theta_{cr} \rangle$	brak





Rys. 13. Przebiegi naprężenia efektywnego dla analizowanych elementów makroskopowych w zakresie stało-ciekłym.  
 Fig 13. Effective stress profiles in semi-solid medium for analysed macroscopic finite element.

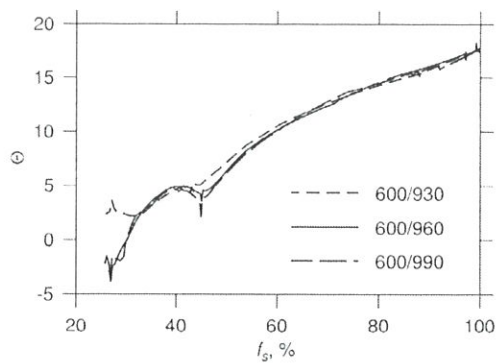
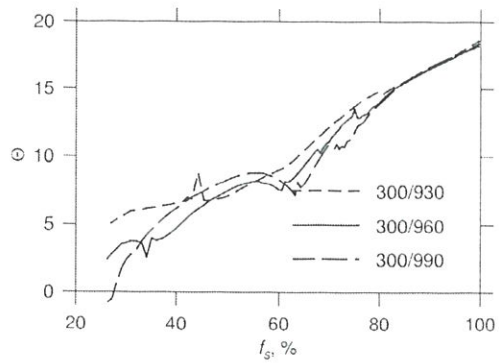
W oparciu o zaprezentowaną (tab. 3) skalę skłonności wykreślono mapy rozkładu współczynnika  $\Theta$  dla głównej grupy elementów oraz grup kontrolnych z określonym udziałem fazy stałej w każdym elemencie. Rozkłady te zaprezentowano na rysunku 17 dla  $f_s = 60\%$  oraz na rysunku 18 dla  $f_s = 95\%$ . Na rysunkach tych obserwuje się grupy elementów o wysokim i średnim stopniu skłonności do pęknięcia jedynie w głównej grupie elementów, z wyraźnymi koncentracjami elementów o wysokim  $\Theta$  dla wariantów zadania z zimną formą.

Ponieważ rysunki 17 i 18 mają charakter porównawczy – porównuje się elementy o tym samym udziale fazy stałej (ale znajdujące się w różnych chwilach czasu procesu krzepnięcia) w obrębie jednego odlewu (wariantu zadania) oraz porównuje się te same elementy z odpowiadającymi im elementami z innych

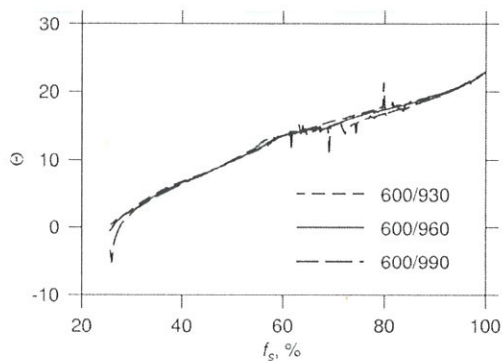
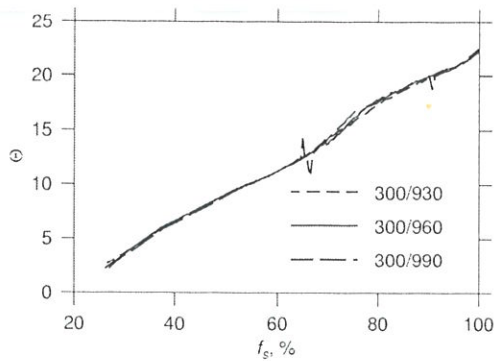
wariantów zadania, dlatego nie prezentują one żadnej realnej sytuacji, jaka może się zdarzyć podczas krzepnięcia odlewu. Rysunki te wykonano, aby wykazać, że podczas gdy w grupie głównej wartości współczynnika  $\Theta$  wskazują na możliwość powstawania pęknięć, w grupach kontrolnych wartości współczynnika  $\Theta$  są na tyle małe, że nie istnieje w nich niebezpieczeństwo powstawania pęknięć.

Na rysunku 19 pokazano rozkład lokalnego współczynnika skłonności do pęknięcia na gorąco dla wybranych chwil czasu. Rysunki 19a-f przedstawia sytuację, w której w odlewie jeszcze nie wszystkie elementy są zdolne przenosić siły wewnętrzne, więc wartości współczynnika  $\Theta$  nie zostały dla nich wyznaczone. Elementy te na rysunku zaznaczono kolorem białym. Na rysunku zaobserwowano możliwość prawdopodobnych naderwań po stronie wewnętrznej szkieletu

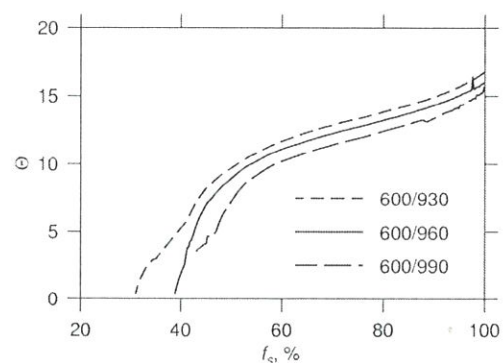
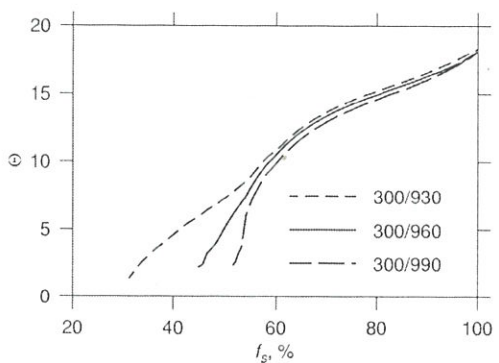
a) element A



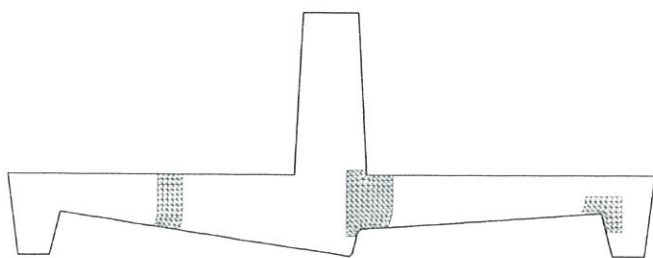
b) element B



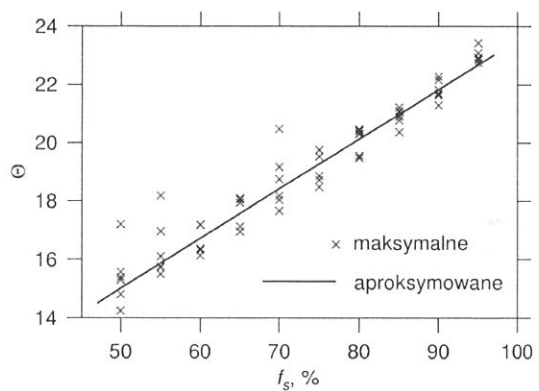
c) element C



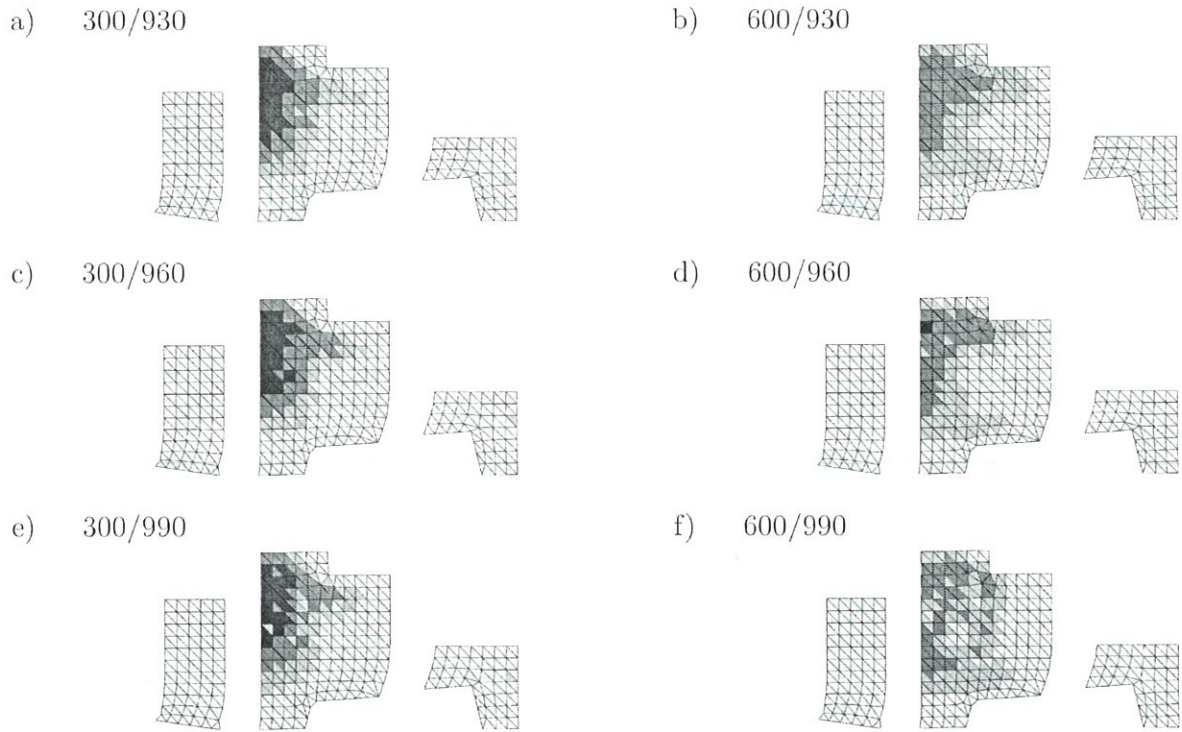
Rys. 14. Przebiegi lokalnego współczynnika skłonności do pęknięcia na gorąco dla analizowanych elementów makroskopowych.  
Fig. 14. Local coefficient of susceptibility to hot tearing profiles for analysed macroscopic finite elements.



Rys. 15. Położenie analizowanych grup makroskopowych elementów skończonych.  
Fig. 15. Location of analysed group of macroscopic finite elements.



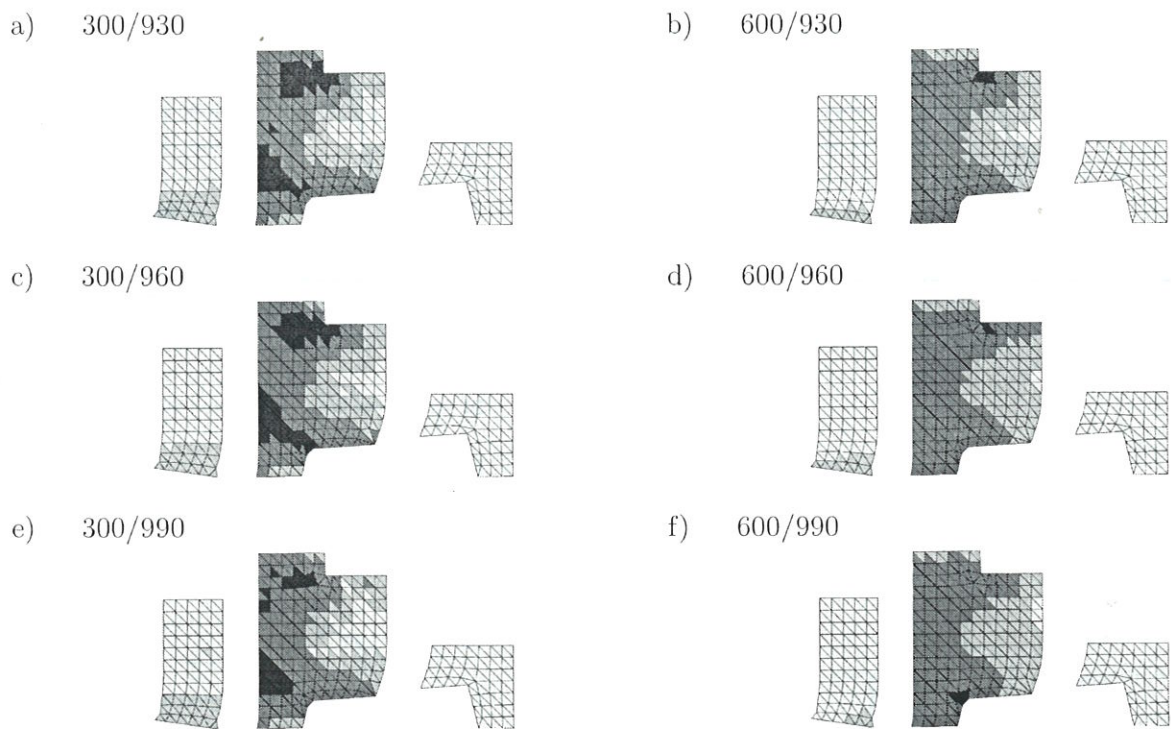
Rys. 16. Wartości maksymalne współczynnika  $\Theta$  dla wszystkich wariantów zadania oraz ich liniowa aproksymacja.  
Fig. 16. Maximum values of coefficient  $\Theta$  for each instance of simulation and its linear approximation.



skłonność do pęknięcia na gorąco: ■ – wysoka, ■ – średnia, ■ – niska, □ – brak

Rys. 17. Rozkład lokalnego współczynnika skłonności do pęknięcia na gorąco ( $\Theta$ ) dla grupy głównej i grup kontrolnych, przy udziale fazy stałej równej 60% w każdym elemencie.

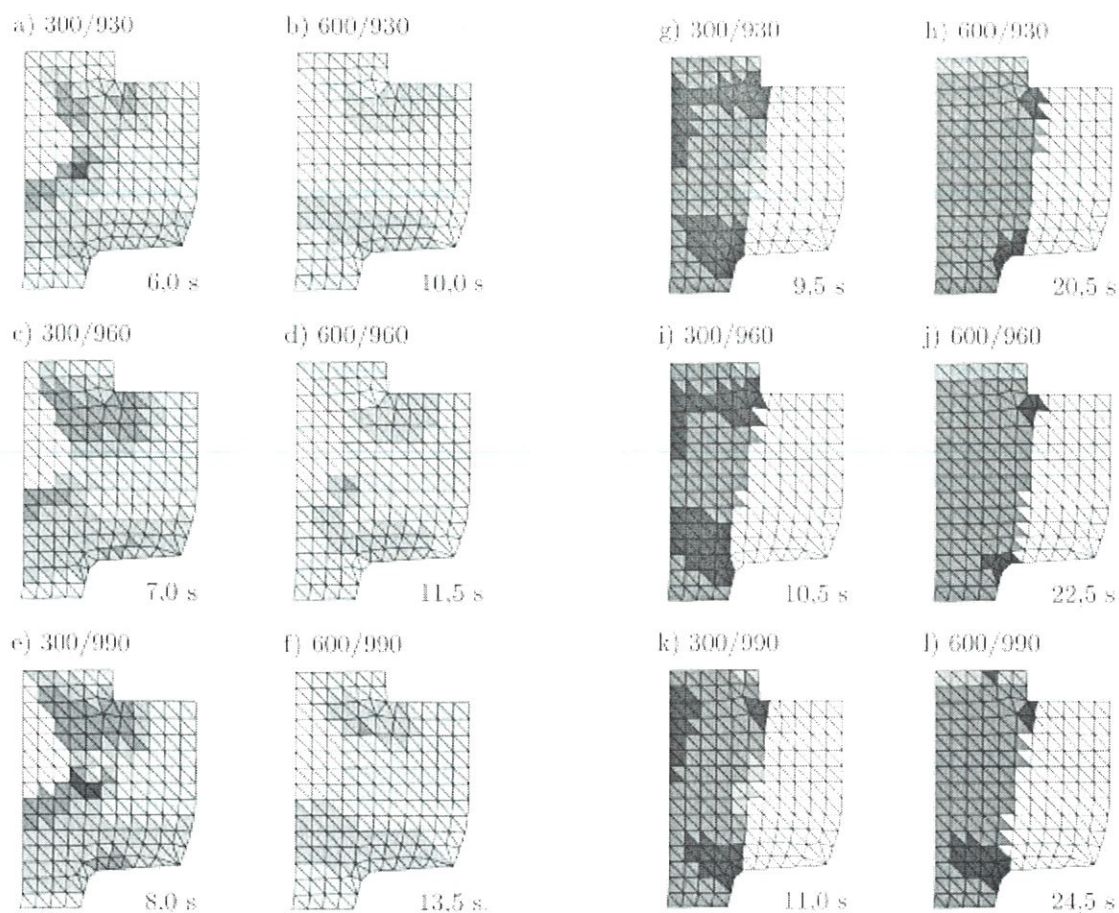
Fig. 17. Distribution of local coefficient of susceptibility of castings to hot tearing for main and control groups, solid fraction for each element is 60%.



skłonność do pęknięcia na gorąco: ■ – wysoka, ■ – średnia, ■ – niska, □ – brak

Rys. 18. Rozkład lokalnego współczynnika skłonności do pęknięcia na gorąco ( $\Theta$ ) dla grupy głównej i grup kontrolnych, przy udziale fazy stałej równej 95% w każdym elemencie.

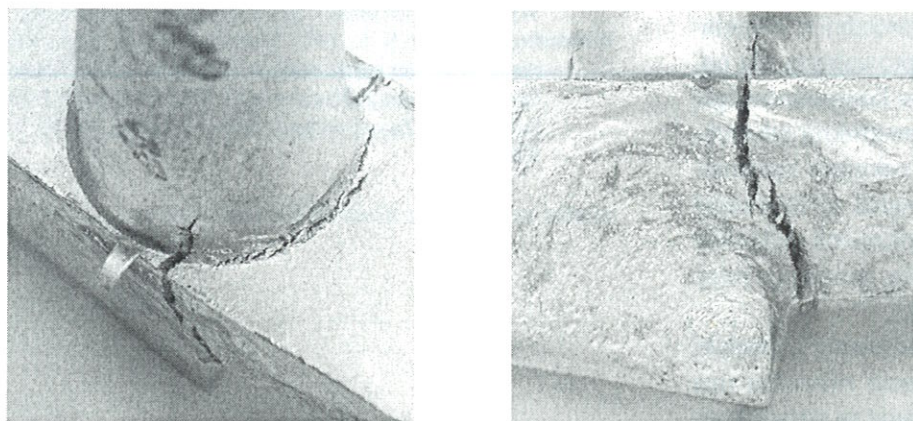
Fig. 18. Distribution of local coefficient of susceptibility of castings to hot tearing for main and control group, solid fraction for each element is 95%.



skłonność do pęknięcia na gorąco: ■ – wysoka, ■ – średnia, □ – niska, □ – brak

Rys. 19. Rozkład lokalnego współczynnika skłonności do pęknięcia na gorąco ( $\Theta$ ) dla grupy głównej, w określonej chwili czasu procesu krzepnięcia.

Fig. 19. Distribution of local coefficient of susceptibility of castings to hot tearing for main group in a given point of time in the solidification process.



Rys. 20. Wynik technologicznej próby oceny skłonności stopu Al-2%Cu do pęknięcia na gorąco - zimna forma (badania własne).

Fig. 20. Results of technological test of susceptibility Al-2%Cu alloy for hot tearing - cold mould (the experiments carried out by the author).

krzepnącego odlewu. Tego typu uszkodzenia nie stanowią zagrożenia dla ciągłości odlewu. Jeżeli tego typu naderwania pojawią się w odlewie, natychmiast w miejsce utworzonej szczeliny dostarczany jest ciekły

metal powodujący „zaleczenie” powstałego uszkodzenia. Rysunki 19g-l przedstawiają sytuację, gdy całkowicie zakrzepło prawe ramię odlewu. Elementy w kolorze białym przedstawiają obszary, w których udział fazy stałej wynosi 100%. Prezentowane rozkłady  $\Theta$  pokazują wysoki stopień skłonności do pęknięcia u podstawy kanału wlewowego oraz w dnie karbu, przede wszystkim dla wariantów zadania z temperaturą początkową formy równą 300 K. Tego typu koncentracje elementów o wysokiej skłonności do pęknięcia na gorąco jednoznacznie wskazują na możliwość otrzymania wadliwego odlewu przy odlewaniu do zimnej formy. Na rysunku 20 pokazano odlew ze stopu Al-2%Cu otrzy-

many podczas wykonywania próby technologicznej mającej na celu określić skłonność do pęknięcia na gorąco. Ciekły metal został odlany do formy o temperaturze otoczenia (zimna forma). Na zdjęciu obserwuje się przerwanie ciągłości odlewu, zaczynające się od dna karbu i sięgające aż do głównego wlewu, o przebiegu jakościowo zbliżonym do wyników otrzymanych z symulacji numerycznej. Ponadto, wyraźne naderwania u podstawy kanału wlewowego mają swoje odzwierciedlenie w rezultatach obliczeń.

Rysunek 19k wskazuje kierunek minimalizowania niekorzystnych efektów odlewania do zimnej formy - podnoszenie temperatury zalewania w celu ogrzania formy od wewnątrz zanim nastąpi początek krzepnięcia metalu. Zdecydowanie lepsze efekty otrzymuje się przy odlewaniu do formy cieplej, dla której rozkłady  $\Theta$  prezentowane są na rysunkach 19h i 19j. Rysunek 19l wskazuje na pojawiające się możliwe ograniczenie na wysokość temperatury zalewania, której zbyt duże podniesienie może prowadzić do otrzymania wadliwego odlewu.

## 6. PODSUMOWANIE

Przedstawiony w pracy sposób dochodzenia do globalnej oceny skłonności do pęknięcia na gorąco odlewów może być traktowany jako ogólna metodyka, którą można zastosować dla odlewów o dowolnym kształcie. Metodyka ta jest pracochłonna, a symulacja numeryczna, której celem jest ocena stopnia zagrożenia pękaniem na gorąco odlewów jest zagadnieniem złożonym, zarówno od strony budowy odpowiednich modeli matematycznych, jak i od strony zbudowania efektywnych modeli numerycznych, zapewniających możliwość przeprowadzenia odpowiednich symulacji komputerowych w czasie akceptowalnym dla potencjalnego użytkownika programu komputerowego. Użytkownikiem takim może być konstruktor lub technolog zatrudniony w odlewni, poszukujący optymalnych warunków prowadzenia procesu wytwarzania odlewu, ale również przyszły użytkownik odlewów wyprodukowanych przez odlewnię, pragnący mieć gwarancję odpowiedniej ich jakości.

Mimo pracochłonności przedstawionej metodyki jej stosowanie jest celowe, ponieważ zapewnia ona uzyskanie oceny skłonności do pęknięcia na gorąco konkretnego odlewu, podczas gdy stosowanie prób technologicznych pozwala jedynie na ocenę skłonności do pęknięcia na gorąco stopu odlewniczego.

Pracę wykonano w ramach projektu badawczego KBN nr 4 T08B 032 24

## LITERATURA

- Atluri, S. N., 1973, On the hybrid finite element model for incremental analysis of large deformation problems, *Intern. J. Solid Structures*, 9, 1177-1191.
- Brody, H. D., Flemings, M. C., 1966, Solute redistribution in dendritic solidification, *MS-AIME*, 236, 615-624.
- Bokota, A., Parkitny, R., 1983, Sprzężenie zjawisk cieplnych, dyfuzyjnych i mechanicznych w procesie krzepnięcia, *Krzepnięcie Metali i Stopów*, 6, 69-108.
- Bokota, A., Parkitny, R., 1991, Elastic-plastic states in solidifying castings, *Arch. Mech.*, 43, 249-269.
- Dalhuijsen, A. J., Segal, A., 1986, Comparison of finite element techniques for solidification problems, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 23, 807-1829.
- Ghosh, S., Moorthy, S., 1995, Elastic-plastic analysis of arbitrary heterogeneous materials with the Voronoi Cell finite element method, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 121, 373-409.
- Konstantinov, L. S., Truhov, A. P., 1981, *Napraženija, dieformacija i triszcziny v otlivkah*, Maszynostrojenie, Moskva.
- Majchrzak, E., Mochnacki, B., 1995, Application of the BEM in the thermal theory of foundry, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 16, 99-121.
- Nagórka, A., 1999, Numerical modelling of elastic-plastic stress in solidifying casting, *Mat. 3. Konf. PPAM, Kazimierz Dolny*, 558-562.
- Parkitny, R., Szczygiol, N., Nagórka, A., Szwarc, G., 2001, Modelowanie numeryczne oddziaływań termomechanicznych odlewu i formy odlewniczej, *Mat. 8. Konf. Informatyka w Technologii Metali KomPlasTech 2001*, ed., Grosman, F., Piela, A., Kusiak, J., Pietrzyk, M., Korbielów, 155-162.
- Szczygiol, N., 1992, Numerical modeling of equiaxed microstructure formation in binary alloys, *Solidification of Metals and Alloys*, 16, 135-144.
- Szczygiol, N., 2000, *Modelowanie numeryczne zjawisk termomechanicznych w krzepącym odlewie i formie odlewniczej*, Wydawn. Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa.
- Wunderlin, R., Hörner, K. E., 1977, Beeinflussung der Warmrißneigung sowie der mechanischen Eigenschaften der hochfesten Aluminium-gußlegierung G-AlZn5Mg durch Kornfeinung und Zusatz seltener Erden, *Gießerei-Praxis*, 17, 249-262.

Artykuł otrzymano do druku 16 listopada 2005 r.