

Informatyka w Technologii Materiałów

Numer 3, Tom 5, Rok 2005



ANALIZA WRAŻLIWOŚCI NAPRĘŻENIA UPLASTYCZNIAJĄCEGO, WYZNACZONEGO Z PRÓBY ŚCISKANIA PIERŚCIENI, NA WSPÓŁCZYNNIK TARCIA I WYMIARY PRÓBKI

Łukasz Madej, Maciej Pietrzyk, Valeriy Pidvysotskyy, Roman Kuziak

SENSITIVITY ANALYSIS OF FLOW STRESS, DETERMINED FROM THE RING COMPRESSION, WITH RESPECT TO FRICTION COEFFICIENT AND SAMPLE DIMENSIONS

Abstract

There is a general opinion that flow stress of materials should be the property, which is independent of the type of the tests, which is used to determine this stress, and to the sample dimensions. This statement was, in general, confirmed when inverse analysis was applied to the interpretation of the plastometric tests. The channel test was an exception, which was explained on the basis of influence of micro-shear bands in the material. There were, however, some observations showing that in ring compression tests some discrepancies from the flow stress values determined from other tests, can appear. The objectives of the present work are formulated on the basis of the assumption that different states of strains in the ring compression, depending on the shape of the ring, may lead to different tendency to generation of micro-shear bands in the material. Thus, finite element simulation of ring compression were performed assuming various dimensions of rings and various friction coefficients. States of strain was determined in each tests and comparison was performed. Comparison was made to flow stress measurements published in the literature. Conclusions concerning correlation between flow stress and state of strains were drawn. Sensitivity of the flow stress with respect to the sample dimensions and friction coefficients was determined.

1. WPROWADZENIE

Pomiar własności materiałów nie jest dokonywany bezpośrednio. W doświadczeniach mierzone są zwykle inne wielkości fizyczne, na podstawie których obliczana jest dana właściwość materiału. Zachowanie idealnych warunków doświadczenia jest trudne a nawet praktycznie niemożliwe, zawsze bowiem pojawiają się pewne zakłócenia powodujące trudności z interpretacją wyników. Przykładem takiego doświadczenia są próby plastometrycznej prowadzone w celu wyznaczenia naprężenia uplastyczniającego. Wartości tego naprężenia wyznaczone z różnych prób ściskania, skręcania i rozciągania różnią się czasem znacznie od siebie (Szeliga i in., 2002; Gawąd i in., 2005). Tymczasem można oczekiwać, że naprężenie uplastyczniające powinno być właściwością materiału niezależną zarówno od rodzaju próby jaka została zastosowana jak i od wymiaru próbki.

Znaczną poprawę zgodności wyników uzyskiwanych z różnych prób uzyskano poprzez zastosowanie analizy odwrotnej do interpretacji wyników prób pla-

Ł. Madej, M. Pietrzyk, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków V. Pidvysotskyy, R. Kuziak, Instytut Metalurgii Żelaza, Gliwice

stometrycznych. Zasadą tej analizy jest połączenie symulacji doświadczenia z technikami optymalizacyjnymi, co pozwala na wyznaczenie wartości szukanej własności niewrażliwych na różnego rodzaju niejednorodności i zakłócenia występujące w doświadczeniach. Zastosowany w niniejszej pracy algorytm analizy odwrotnej opisany jest szczegółowo w pracy (Szeliga i Pietrzyk, 2002). W pracach (Gelin i Ghouati, 1994; Malinowski i in., 1995; Gavrus i in., 1995; Kusiak i in., 1996; Boyer i Massoni, 2001; Szyndler, 2001; Forestier i in., 2002; Szeliga i in., 2003; Madej i in., 2004; Szeliga i in., 2005) przedstawiono różne zastosowania analizy odwrotnej potwierdzające duże możliwości tej techniki. Jak wykazano na przykład w pracach (Szeliga i in., 2002; Pietrzyk i in., 2005) konwencjonalna bezpośrednia interpretacja próby osiowosymetrycznej i płaskiej daje całkiem różne wyniki, a zastosowanie analizy odwrotnej prowadzi do naprężenia uplastyczniającego niezależnego od rodzaju próby. Ilustrują to przykładowe wyniki pokazane na rysunku 1. Porównano wyniki ściskania próbki płaskiej o wymiarach ϕ 8x12 i próbki osiowosymetrycznej o wymiarach 20x35x25 w temperaturze 1100°C z prędkością odkształcenia 1 s-1. Bezpośrednia interpretacja, polegająca na obliczaniu naprężenia jako stosunku siły do powierzchni styku, dała różne wyniki dla dwóch prób. Zastosowanie analizy odwrotnej dało idealną zgodność naprężeń uzyskanych z różnych prób. Podobnie w pracy (Kowalski i in., 2002) pokazano, że bezpośrednia interpretacja wyników prób ściskania próbek płaskich daje różne wyniki dla różnych wysokości próbek. Zastosowanie analizy odwrotnej pozwoliło uzyskać idealnie zgodne wartości naprężenia uplastyczniającego. Wyniki tych prac pozwoliły na wyciągnięcie wniosku, że naprężenie uplastyczniające jest właściwością materiału niewrażliwą na rodzaj próby plastometrycznej oraz na wymiary próbek.



Rysunek 1. Naprężenie uplastyczniające obliczone z prób ściskania próbek płaskich i osiowosymetrycznych metodą bezpośrednią (siła/powierzchnia styku) (linie przerywane) oraz metodą obliczeń odwrotnych (linie ciągłe).

Dalsze prace w tym zakresie, obejmujące inne próby plastometryczne, ujawniły, że występują odchyłki od powyższego wniosku. Przykładowo, przedstawione w pracach (Szeliga i in., 2002; Pidvysotskyy i in., 2002) porównanie wyników prób osiowosymetrycznych z próbą kanalikową wykazało, że wartości naprężenia uplastyczniającego uzyskane z tej ostatniej próby są o około 20% niższe od pozostałych. Wyjaśnienia poszukiwano we wpływie mikropasm ścinania, które powodują obniżenia naprężenia uplastyczniającego. Faktem jest, że próba kanalikowa, w której wymuszony jest płaski stan odkształcenia, sprzyja inicjacji i rozwojowi mikropasm ścinania (Annad i Kalidindi, 1994; Pęcherski i in., 2000). W konsekwencji, próba kanalikowa stała się podstawowym źródłem danych doświadczalnych w badaniach nad opracowaniem modeli konstytutywnych, uwzgledniajacych wpływ mikropasm ścinania. Propozycje takich modeli zawarte są między innymi w pracach (Pęcherski, 1998; Wajda, 2004; Pietrzyk i in., 2004a).

Będąca przedmiotem niniejszej publikacji próba ściskania pierścieni nie daje się jednoznacznie zakwalifikować. Analiza publikacji (Gawąd i in., 2005), w których naprężenia uplastyczniające uzyskane z próby ściskania pierścieni porównano z wynikami innych prób ściskania, wykazały, że nie można wyciągnąć jednoznacznych wniosków odnośnie zgodności. Naprężenie uplastyczniające wyznaczone z próby ściskania pierścieni w jednych przypadkach było nieco niższe, a w innych zgodne z wynikami innych prób ściskania. W tym aspekcie za cel niniejszej pracy postawiono sobie poszukiwanie zależności pomiędzy uzyskiwanym z próby ściskania pierścieni naprężeniem uplastyczniającym a wymiarami próbki i współczynnikiem tarcia. Cel ten osiągnięto poprzez wykonanie testów numerycznych dla szerokiej gamy pierścieni i przeprowadzenie analizy wrażliwości.

2. PRÓBA ŚCISKANIA PIERŚCIENI

Próba ściskania pierścieni (rysunek 2) była oryginalnie zaprojektowana do wyznaczania współczynnika tarcia w procesach plastycznej przeróbki metali. Pierwsze zastosowania dotyczyły procesów prowadzonych w temperaturze otoczenia, a następnie Male i Cockcroft (1964-65) zastosowali tą próbę do przeróbki plastycznej na gorąco. Ponieważ kształt pierścienia po odkształceniu jest funkcją współczynnika tarcia, nie było potrzeby pomiaru sił w tej próbie. Mierzono tylko wewnętrzną i zewnętrzną średnicę odkształconego pierścienia, a do wyznaczenia współczynnika tarcia stosowano nomogramy, przedstawione na przykład w pracach (Schey, 1970); Male i Cockcroft, 1964-65.



Rysunek 2. Schemat próby ściskania pierścienia.

Próba ściskania pierścienia dostarcza więcej informacji, niż te wynikające z pomiaru kształtu próbki. Zastosowanie analizy odwrotnej pozwala na wydobycie tych informacji, przede wszystkim zawartych w pomiarze sił, i w konsekwencji próba jest powszechnie stosowana do wyznaczania zarówno współczynnika tarcia jak i parametrów modelu reologicznego materiału (Szeliga i Pietrzyk, 2002). W pracach (Szeliga i in., 2002; Pidvysotskyy i in., 2002; Gawąd i in., 2005) zastosowano próbę ściskania pierścieni do identyfikacji modelu naprężenia uplastyczniającego różnych metali i wyniki porównano z otrzymanymi z innych prób plastometrycznych. W tablicy 1 zebrano parametry wszystkich analizowanych doświadczeń. Dodatkowo analizą objęto ściskanie kostki sześciennej o wymiarach 15x15x15 mm z miedzi w temperaturze otoczenia. W tablicy 1 T oznacza temperaturę, *\u03c6* prędkość odkształcenia, a pozostałe przyjęte oznaczenia objaśniono na rysunku 3. Poszczególne próby plastometryczne oznaczono następującymi skrótami:

UC (uniaxial compression) – ściskanie próbki cylindrycznej,

RC (ring compression) - ściskanie pierścienia,

PSC (plane strain compression) – ściskanie próbek płaskich,

PSCc – (plane strain compression – channel test) – próba kanalikowa,

CC (cube compression) – ściskanie kostki sześciennej.

Na rysunku 4 pokazano wybrane wyniki prób zestawionych w tablicy 1. Dla pozostałych prób uzyskano wyniki jakościowo podobne, patrz (Szeliga i in., 2002; Pidvysotskyy i in., 2002; Gawąd i in., 2005). Wykresy przedstawione na rysunku 4a ilustrują obserwacje opisane we wprowadzeniu, że naprężenie wyznaczone z próby kanalikowej jest o około 20% niższe niż wyznaczone z prób ściskania kostki lub próbki cylindrycznej. Jak można wnioskować ze wszystkich wykresów na rysunku 4, wyniki z prób ściskania pierścieni lokują się różnie, albo zgodnie z pozostałymi próbami UC i PSC (rysunek 4b, rysunek 4d, prędkość odkształcenia 0,1 s⁻¹), albo poniżej wartości uzyskanych z tych prób.

Na rysunku 5 pokazano wyniki analizy odwrotnej przeprowadzonej dla próby ściskania pierścieni z miedzi dla dwóch różnych wymiarów próbek (Pietrzyk i in., 2004b). Otrzymane wartości naprężenia uplastycz-

Stal 0,16% C- 0,43% Mn, $T = 900$, 1000, 1100°C, $\dot{\mathcal{E}} = 0,1$; 1; 10 s ⁻¹											
próbka	R	h	r	próbka	h	l	b				
RC_0	7	4,7	3,5	PSC_0	10	15	20				
UC_0	5	12	-	PSC_1	15	20	35				
Stal 0,17%C-1,29%Mn, $T = 900, 1000, 1100^{\circ}$ C, $\dot{\varepsilon} = 0,1; 1; 10 \text{ s}^{-1}$											
RC_0	7	4,7	3,5	PSC_0	10	15	20				
UC_0	5	12	-								
Miedź, temperatura otoczenia											
RC_0	7	4,7	3,5	PSCc_0	8	12	10				
RC_1	6	4	3	PSCc_1	8	20	10				
RC_2	9	6	4,5	PSCc_2	12	16	10				
UC_1	6	19	-	CC	15	15	15				

Tablica 1. Parametry analizowanych prób plastometrycznych







Rysunek 4. Wyniki analizy odwrotnej prób plastometrycznych dla: a) miedzi (μ = 0,067), *b) miedzi (* μ = 0,17), *c) stali 0,17%C, 1,29%Mn (* μ = 0,14), *d) stali 0,16%C, 0,43%Mn (* μ = 0,11).



Rysunek 5. Wyniki analizy odwrotnej prób ściskania pierścieni z miedzi o różnych wymiarach.

niającego różnią się od siebie.

Analiza przedstawionych powyżej wyników wykazuje, że próba ściskania pierścieni daje wartości naprężenia uplastyczniającego odbiegające od otrzymywanych z pozostałych prób plastometrycznych. Ta obserwacja stała się inspiracją do poszukiwania zależności pomiędzy naprężeniem uplastyczniającym uzyskanym z próby ściskania pierścienia i wymiarami pierścienia oraz współczynnikiem tarcia. W pozostałych próbach, ściskanie próbek płaskich (Kowalski i in., 2000) i osiowosymetrycznych (Szeliga i in., 2002) takiej zależności nie zaobserwowano. Postawiono tezę, że zmiany wymiarów pierścieni powodują zmiany stanu odkształcenia i w konsekwencji mogą w mniejszym lub większym stopniu sprzyjać powstawaniu i rozwojowi mikropasm ścinania. Dla udowodnienia tej tezy wykonano testy numeryczne w szerokim zakresie zmian wymiarów pierścieni i współczynnika tarcia.

3. MODEL

-4-

W testach numerycznych zastosowano program z metody elementów skończonych, którego podstawy matematyczne opisane są w pracy (Lenard i in., 1999), a zastosowanie do próby ściskania próbek osiowosymetrycznych w pracy (Pietrzyk, 1993). W rozwiązaniu MES wykorzystano sformułowanie wariacyjne (Kobayashi i in., 1999), zgodnie z którym ze wszystkich kinematycznie dopuszczalnych pól prędkości rzeczywiste pole prędkości v, które spełnia odpowiednie warunki brzegowe oraz warunek stałej objętości, daje stacjonarną wartość funkcjonału:

$$J = \int_{\Omega} \sigma_p \sqrt{\mathbf{B}^T \mathbf{v}^T \mathbf{v} \mathbf{B}} d\Omega + \lambda \int_{\Omega} \mathbf{c}^T \mathbf{B} \mathbf{v} d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{f} \mathbf{v} d\Gamma$$
(1)

gdzie: σ_p – naprężenie uplastyczniające, **B** – macierz pochodnych funkcji kształtu, **c** – wektor nakładający warunek stałej objętości, λ – mnożnik Lagrange'a, Ω – obszar rozwiązania, Γ – brzeg obszaru, **f** – wektor warunków brzegowych (sił).

Różniczkowanie równania (1) względem v^T i mnożnika Lagrange'a λ daje układ nieliniowych równań, który jest linearyzowany metodą Newtona-Raphsona. Składowymi wektora warunków brzegowych **f** są siły tarcia obliczane przez całkowanie naprężenia tarcia w modelu Chena i Kobayashi'ego (1978):

$$\tau = \mu \sigma_p \left[\frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{|\mathbf{v}_s|}{a} \right) \right]$$
(2)

gdzie: \mathbf{v}_{s} – wektor prędkości poślizgu, *a* – stała, o kilka rzędów mniejsza od średniej prędkości poślizgu (przy dużych prędkościach poślizgu \mathbf{v}_{s} równanie (2) jest równoważne modelowi Treski $\tau = m\tau_{max}$, gdzie τ_{max} – graniczne naprężenie ścinające, $m = \sqrt{3} \mu$).

Do wyznaczenia naprężenia uplastyczniającego na podstawie doświadczeń opisanych w poprzednim rozdziale wykorzystano rozwiązanie odwrotne. Zastosowany algorytm opisano szczegółowo w pracy (Szeliga i Pietrzyk, 2002).

4. WYNIKI I ANALIZA

4.1. Stan odkształcenia w próbie ściskania pierścieni

W przypadku braku tarcia obliczenia odkształceń są trywialne. Zarówno dla próbek cylindrycznych jak i dla pierścieni odkształcenie promieniowe ε_r jak i obwodowe ε_{θ} są równe połowie odkształcenia wynikającego ze zmiany wysokości próbki:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{\theta} = \frac{1}{2}\varepsilon_z = \ln\left(\frac{h_1}{h_0}\right)$$
 (3)

gdzie: h_0 , h_1 – odpowiednio początkowa i końcowa wysokość próbki.

Rozważmy próbkę cylindryczną o wymiarach ϕ 9x6 mm i pierścień o wymiarach ϕ 10x ϕ 5x6 mm. Tarcie na powierzchni styku próbki z narzędziem powoduje nierównomierność odkształcenia, przy czym w przy-



Rysunek 6. Rozkład składowych tensora odkształcenia na przekroju próbki cylindrycznej, a) ε_z *, b)* ε_r *, c)* ε_{θ} .

padku próbki cylindrycznej występują po prostu odchyłki od odkształcenia jednorodnego, jakie wystąpiłoby przy braku tarcia czyli: odkształcenie wzdłuż wysokości ε_z = -0,5, odkształcenie promieniowe ε_r = 0,25, odkształcenie obwodowe ε_{θ} = 0,25. Na rysunku 6 pokazano rozkłady składowych odkształcenia dla współczynnika tarcia μ = 0,1. Ze względu na dwie osie symetrii na wszystkich rysunkach przedstawiono 1/4 przekroju poprzecznego.

Sytuacja jest inna w przypadku ściskania pierścieni. Ponieważ, zależnie od wymiarów próbki i współczynnika tarcia, pierścień może płynąć albo na zewnątrz albo w obydwu kierunkach, czyli pojawi się płaszczyzna neutralna, dlatego odkształcenia zmieniają się w szerokim zakresie. Jest to widoczne na rysunku 7, gdzie pokazano rozkłady składowych odkształcenia dla pierścienia o wymiarach $\phi 10x\phi 5x6$ mm przyjmując dwa znacznie różniące się współczynniki tarcia $\mu = 0,03$ i $\mu = 0,25$. Przy dużym współczynniku tarcia pojawiają się obszary, w których występuje płaski stan odkształcenia.

Te obserwacje powiązano z analizą przeprowadzoną dla próby kanalikowej. Korekty wprowadzane do prawa plastycznego płynięcia w celu uwzględnienia wpływu mikropasm ścinania były zależne od składowej logarytmicznej miary odkształcenia ε_{33} , która może być miarą długości drogi odkształcenia. W pracy (Pęcherski, 1998) zaproponowano następującą korektę prawa plastycznego płynięcia.



r, mm Rysunek 7. Rozkład składowych tensora odkształcenia na przekroju próbki pierścieniowej dla współczynnika tarcia I) $\mu = 0,03$, a) ε_{z} , b) ε_{r} , c) ε_{θ} , II) $\mu = 0,25$, a) ε_{z} , b) ε_{r} , c) ε_{θ} .

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^{p} = \frac{3d\varepsilon_{i}^{pS}}{2(1 - f_{MS})\boldsymbol{\sigma}_{i}}\boldsymbol{\sigma}$$
(4)

gdzie: $d\varepsilon^p$ – tensor przyrostu odkształcenia plastycznego, f_{MS} – udział mikropasm ścinania w prędkości odkształcenia postaciowego, σ – tensor naprężenia, σ_i – ekwiwalentne naprężenie, $d\varepsilon_i^{pS}$ – ekwiwalentny przyrost odkształcenia plastycznego.

$$f_{MS} = \frac{f_{MS_0}}{1 + \exp(a - b|\varepsilon_{33}|)}$$

gdzie: f_{MSo} , a, b – współczynniki, ε_{33} – składowa logarytmicznej miary odkształcenia.

Identyfikacja modelu opiera się na określeniu funkcji udziału mikropasm ścinania f_{MS} od długości drogi odkształcenia.

Podobna analiza przeprowadzona w pracy (Pietrzyk i in., 2004a) doprowadziła do wniosku, że powstawanie i rozwój mikropasm ścinania jest zależny od wartości środkowego naprężenia głównego. Im bliższe jest ono zeru, czyli im stan odkształcenia jest bliższy do stanu płaskiego, tym większy jest wpływ mikropasm ścinania. Zaproponowano następującą korektę prawa plastycznego płynięcia Levy-Mizesa:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{3\boldsymbol{\sigma}_p}{2\boldsymbol{\xi}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$$
(5)

gdzie: σ – wektor zawierający składowe dewiatora tensora naprężenia, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ – wektor zawierający składowe tensora prędkości odkształcenia, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i$ – intensywność prędkości odkształcenia, $\boldsymbol{\xi}$ – współczynnik korygujący, zależny od środkowego odkształcenia głównego:

$$\xi = 1.25 - \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\beta \frac{\dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_i}\right) \tag{6}$$

W równaniu (6) β jest współczynnikiem, którego wartość dla próby kanalikowej przyjęto w pracy (Pietrzyk i in., 2004a) równą 10. Wpływ tego współczynnika jest w niewielkim zakresie i powinien on być dobierany na podstawie analizy odwrotnej dla danej próby. W przedstawionych poniżej przykładach przyjęto $\beta = 1$. Dalszą analizą objęto ocenę wartości współczynnika zdefiniowanego równaniem (6) w próbie ściskania pierścieni. Na rysunku 8 pokazano rozkład całki po czasie ze współczynnika korygującego ξ na przekroju pierścienia po odkształceniu. Ponieważ współczynnik ten zależny jest od wartości środkowego odkształcenia w stosunku do intensywności od-



Rysunek 8. Rozkład współczynnika ξ zdefiniowanego równaniem (6) na przekroju próbki pierścieniowej dla współczynnika tarcia: a) $\mu = 0.03$, b) $\mu = 0.25$.

kształcenia, na rysunku 9 pokazano obliczone rozkłady intensywności odkształcenia dla tych samych przypadków.

Analiza przeprowadzonych wstępnych symulacji wykazała, że stan odkształcenia w próbie ściskania pierścieni zmienia się znacznie w zależności od parametrów tej próby. W dalszej części pracy podjęto próbę określenia wrażliwości współczynnika zdefiniowanego równaniem (6) na wymiary próbki i współczynnik tarcia. W tym celu w następnym rozdziale przedstawiono wyniki przeprowadzonych testów numerycznych i szeroką analizę zależności wartości współczynnika ξ od parametrów próby ściskania pierścienia.

4.2. Wyniki testów numerycznych

W trakcie analizy zachowania się współczynnika ξ w próbie spęczania pierścieni przeprowadzono szereg obliczeń z wykorzystaniem opisanego wcześniej programu MES. Wymiary próbek oraz wykorzystane



Rysunek 9. Rozkład intensywności odkształcenia na przekroju próbki pierścieniowej dla współczynnika tarcia: a) $\mu = 0,03$, b) $\mu = 0,25$.

współczynniki tarcia zestawiono w tablicy 2 i 3.

Z uzyskanych wyników (rysunek 10) wynika, zgodnie z wcześniejszymi obserwacjami, że im wyższy jest współczynnik tarcia oraz im wyższa jest próbka tym wyraźniej widoczne jest przejście materiału w płaski stan odkształcenia. W trakcie analizy założono stały promień zewnętrzny *R* odkształcanego pierścienia zgodnie z tablicą 2.

W oparciu o uzyskane wyniki symulacji numerycznej przeprowadzono analizę wrażliwości. W pierwszej kolejności wyznaczono zależność współczynnika korekty ξ zdefiniowanego równaniem (6) od wysokości pierścienia, jego promienia wewnętrznego i współczynnika tarcia. We wszystkich przypadkach utrzymano taką samą wartość promienia zewnętrznego 10 mm (tablica 1). Na rysunku 13 pokazano wyniki obliczeń dla stałego stosunku wysokości pierścienia do jego promienia wewnętrznego h/r = 3/2. Jak widać na tym rysunku wartości współczynnika korekty ξ wzrastają wraz ze wzrostem współczynnika tarcia i wzrostem promienia wewnętrznego.

Tablica 2. Wymiary zastosowanych próbek i współczynniki tarcia.

<i>R</i> , mm	10								
<i>r</i> , mm	3			5			7		
<i>h</i> , mm	4				6,7		10		
μ	0,03	0,08	0,15	0,03	0,08	0,15	0,03	0,08	0,15

Tablica 3. Wymiary zastosowanych próbek i współczynniki tarcia.

R/r	2								
<i>h</i> , mm	4				6,7		10		
μ	0,03	0,08	0,15	0,03	0,08	0,15	0,03	0,08	0,15



Rysunek 10. Rozkład współczynnika ξ zdefiniowanego równaniem (6) na przekroju próbki pierścieniowej o wymiarach ϕ 20 $x\phi$ 6x4 dla współczynnika tarcia: $\mu = 0,03, \mu = 0,08, \mu = 0,15$.



Rysunek 11. Rozkład współczynnika ξ zdefiniowanego równaniem (6) na przekroju próbki pierścieniowej o wymiarach ϕ 20 $x\phi$ 10x6.7 mm dla współczynnika tarcia: $\mu = 0,03$, $\mu = 0,08$, $\mu = 0,15$.



Rysunek 12. Rozkład współczynnika ξ zdefiniowanego równaniem (6) na przekroju próbki pierścieniowej o wymiarach ϕ 20x ϕ 14x10 mm dla współczynnika tarcia: $\mu = 0,03$, $\mu = 0,08$, $\mu = 0,15$.

Na rysunku 14 pokazano podobne wyniki obliczeń dla stałej wartości promienia wewnętrznego r = 5 mm. Jak widać na tym rysunku wartości współczynnika korekty ξ wzrastają wraz ze wzrostem wysokości pierścienia.

W dalszej kolejności wyznaczono współczynniki wrażliwości parametrycznej w oparciu o następujące równania:

$$\Phi_{\xi,\mu} = \frac{\mu}{\xi} \frac{d\xi}{d\mu} \qquad \Phi_{\xi,r} = \frac{r}{\xi} \frac{d\xi}{dr} \tag{7}$$

Wyniki obliczeń współczynników wrażliwości zdefiniowanych równaniem (7) przedstawiono na rysunku 15. Jak widać na tym rysunku zależność współczynników wrażliwości od analizowanych parametrów jest złożona. Obserwuje się generalną tendencję wzro-



Rysunek 13. Zależność współczynnika korekty ξ od współczynnika tarcia m i promienia wewnętrznego r dla pierścienia o promieniu zewnętrznym R = 10 mm i stosunku h/r = 3/2.

stu współczynników wrażliwości dla dużych wartości współczynnika tarcia i większych wartości wewnętrznego promienia, ale występują odchyłki od tej reguły dla pewnych kombinacji parametrów.

Największe wartości współczynników wrażliwość uzyskano dla większych wartości współczynnika tarcia i promienia wewnętrznego, co pozostaje w zgodności z wynikami przedstawionymi wcześniej na rysunku 13.

W dalszych testach numerycznych analizowano pierścienie z zestawu w tablicy 3 dla stałej wartości promienia wewnętrznego r = 5 mm. Określono rozkład współczynnika ξ na przekroju poprzecznym próbki dla trzech wysokości pierścieni i różnych współczynników tarcia (rysunki 16, 17 i 18). Ponownie im wyższa jest próbka oraz im większy współczynnik tarcia (rysunek 19) tym stan materiału w trakcie od-



Rysunek 14. Zależność współczynnika korekty ξ od współczynnika tarcia m i wysokości pierścienia h dla promienia zewnętrznego R = 10 mm i wewnętrznego r = 5 mm.

kształcenia zbliża się do płaskiego.

W tym przypadku analizę wrażliwości przeprowadzono dla zdefiniowanego równaniem (7) współczynnika $\Phi_{\xi,\mu}$ oraz dodatkowo dla współczynnika wrażliwości względem wysokości pierścienia:

$$\Phi_h^{\xi} = \frac{h}{\xi} \frac{d\xi}{dh} \tag{8}$$

Wyniki obliczeń współczynników wrażliwości Φ_{μ}^{ξ} i Φ_{h}^{ξ} przedstawiono na rysunku 19. Największe wrażliwości zaobserwowano dla próbek o dużej wysokości i dla dużych współczynników tarcia.

Analogiczne wyniki uzyskane zostały przez Autorów na podstawie stanu naprężenia, analizując wartość współczynników Lodego zdefiniowanych równaniami:



Rysunek 15. Analiza wrażliwości współczynnika ξ względem współczynnika tarcia m (a) oraz względem wewnętrznego promienia pierścienia r (b).



Rysunek 16. Rozkład współczynnika ξ zdefiniowanego równaniem (6) na przekroju próbki pierścieniowej o wysokości h = 10 mm dla współczynnika tarcia: $\mu = 0,03$, $\mu = 0,08$, $\mu = 0,15$.



Rysunek 17. Rozkład współczynnika ξ zdefiniowanego równaniem (6) na przekroju próbki pierścieniowej o wysokości h = 6.7 mm dla współczynnika tarcia: $\mu = 0,03, \mu = 0,08, \mu = 0,15$.



Rysunek 18. Rozkład współczynnika ξ zdefiniowanego równaniem (6) na przekroju próbki pierścieniowej o wysokości h = 10 mm dla współczynnika tarcia: $\mu = 0,03$, $\mu = 0,08$, $\mu = 0,15$.

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \zeta_{\sigma}^2}}, \qquad \zeta_{\sigma} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (9)$$

gdzie: β , ζ_{σ} – wskaźniki naprężenia Lodego, σ_1 , σ_2 , σ_3 – wartości naprężeń głównych.

Współczynnik ζ_{σ} zmienia się w zakresie $-1 \leq \zeta_{\sigma} \leq 1$ natomiast współczynnik β zakresie $1 \leq \beta \leq 2/\sqrt{3}$. Założono, że współczynnik Lodego β , charakteryzujący stan naprężenia, jest jednym z parametrów

identyfikujących różnicę wartości naprężenia uplastyczniającego uzyskiwanych z różnych prób plastometrycznych. Gdy wartość współczynnika Lodego β osiąga wartość maksymalną $2/\sqrt{3}$, stan naprężenia odpowiada płaskiemu stanowi odkształcenia.

Na rysunku 20 pokazano wyniki obliczeń rozkładu współczynnika Lodego β na przekroju próbki przy spęczaniu pierścieni z różnymi współczynnikami tarcia. Te symulacje wykonano programem Forge 2. Jak wi-



Rysunek 19. Analiza wrażliwości współczynnika ź względem współczynnika tarcia μ (a) oraz względem wysokości pierścienia h (b).



Rysunek 20. Rozkład współczynnika Lodego β w próbie spęczania pierścieni dla różnych współczynników tarcia: a) 0,00; b) 0,05; c) 0,10; d) 0,15; e) 0,20; f) 0,25; g) 0,30; h) 0,40.

dać na przedstawionych wykresach wartości współczynnika Lodego bardzo mocno zależą od współczynnika tarcia. Dla idealnie beztarciowego procesu współczynnik β przyjmuje wartość 1 na całym przekroju poprzecznym próbki. Wzrost współczynnika tarcia prowadzi do wzrostu wartości współczynnika Lodego.

Wyniki pokazane na rysunku 20 zgadzają się jakościowo z wcześniejszymi wynikami doświadczalnymi ściskania próbek pierścieniowych z zastosowaniem różnych smarów (rysunek 4). Potwierdzona została postawiona teza, że wzrost współczynnika β , czyli

zbliżanie się do płaskiego stanu odkształcenia, sprzyja powstawaniu mikropasm ścinania i prowadzi do obniżenia naprężenia uplastyczniającego.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione w pracy wyniki testów numerycznych pozwalają na wyciągnięcie następujących wniosków:

 Stan odkształcenia wpływa na tendencję do powstawania i propagowania mikropasm ścinania w materiale odkształcanym plastycznie. Im stan odkształcenia jest bliższy stanowi płaskiemu, tym ta tendencja jest większa. Potwierdza to obserwowany w pracy spadek naprężenia uplastyczniającego materiału w procesach charakteryzujących się stanem odkształcenia zbliżonym do płaskiego.

- Korekta naprężenia uplastyczniającego, mająca uwzględnić wpływ mikropasm ścinania, może opierać się albo na środkowym odkształceniu głównym albo na wartości współczynnika Lodego. Metody te dają wyniki jakościowo jednakowe.
- Współczynnik korygujący, zależny od środkowego odkształcenia głównego ε_2 lub od współczynnika Lodego, jest wrażliwy na kształt próbki i na wartość współczynnika tarcia.
- Wzrost współczynnika tarcia w próbie ściskania pierścienia prowadzi do zmniejszenia środkowego odkształcenia głównego ɛ₂ oraz do wzrostu współczynnika Lodego i, w konsekwencji, do spadku naprężenia uplastyczniającego w porównaniu do wartości otrzymanych z próby ściskania cylindrów.

UWAGA KOŃCOWA

Praca wykonana w ramach projektu MNiI, nr. 3 T08A 071 26.

LITERATURA

- Annad, L., Kalidindi, S.R., 1994, The Process of Shear Band Formation in Plane Strain Compression of FCC Materials: Effects of Crystallographic Texture, *Mech. Materials*, 17, 223-243.
- Boyer, B., Massoni, E., 2001, Inverse Analysis for Identification of Parameters during Thermo-Mechanical Tests, *Mat. Konf. NUMIFORM 2001*, ed., K. Mori, publ., A. Balkema, Toyohashi, 281-284.
- Chen, C.C., Kobayashi, S., 1978, Rigid Plastic Finite Element Analysis of Ring Compression, w: *Application of Numerical Meth*ods to Forming Processes (ASME, ADM) 28, 163-174.
- Forestier, R., Massoni, E., Chastel, Y., 2002, Estimation of Constitutive Parameters Using an Inverse Method Coupled to a 3D Finite Element Software, J. Mat. Proc. Techn., 125, 594-601.
- Gavrus, A., Massoni, E., Chenot, J.L., 1995, Constitutive Parameter Identification using a Computer Aided Rheology, *Mat. Konf. NUMIFORM'95*, ed., Shen, S.-F., Dawson, P.R., wydawn. A. Balkema, Ithaca, 563-568.
- Gawąd, J., Kuziak, R., Madej, Ł., Szeliga, D., Pietrzyk, M., 2005, Identification of Rheological Parameters on the basis of Various Types of Compression and Tension Tests, *Steel Res. Int.*, 76, 131-137.
- Gelin, J.C., Ghouati, O., 1994, An Inverse Method for Determining Viscoplastic Properties of Aluminium Alloys, J. Mat. Proc. Techn., 45, 435-440.
- Kobayashi, S., Oh, S.-I., Altan, T, 1989, Metal Forming and the Finite Element Method, Oxford University Press, New York, Oxford.
- Kowalski, B., Sellars, C.M., Pietrzyk, M., 2000, Development of a Computer Code for the Interpretation of Results of Hot Plane Strain Compression Tests, *ISLJ Int.*, 40, 1230-1236.
- Kusiak, J., Kawalla, R., Pietrzyk, M., Pircher, H., 1996, Inverse Anal-

ysis Applied to the Evaluation of Material parameters in the History Dependent Flow Stress Equation in Hot Forming of Metals, *J. Mat. Proc. Techn.*, 1996, 455-461.

- Lenard, J.G., Pietrzyk, M., Cser, L., 1999, Mathematical and Physical Simulation of the Properties of Hot Rolled Products, Elsevier, Amsterdam.
- Madej, Ł., Hodgson, P.D., Pietrzyk, M., 2004, Application of Identification Techniques to Determine Effect of Carbon Content in Steels on Rheological Parameters During Hot Deformation, *Mat. Konf. NUMIFORM'04*, ed., Ghosh, S., Castro, J.M., Lee, J.K., Columbus, 554-559.
- Male, A.T., Cockcroft, M.G., 1964-65, A method for the determination of the coefficient of friction of metals under conditions of bulk plastic deformation, *J. Inst. Metals*, 93, 38-46.
- Malinowski, Z., Kusiak, J., 1995, Pietrzyk, M., Application of the Inverse Techniques to the Experimental Tests, *Mat. Konf. Application of Mathematical Methods in Science and Technique*, Kraków, vol. 1, 43-53.
- Pęcherski, R.B., 1998, Opis deformacji plastycznej metali z efektami mikropasm ścinania, *Prace IPPT PAN*, nr. 2, Warszawa.
- Pęcherski, R.B., Nowak, Z., Korbel, K., 2000, Plastyczność z efektami mikropasm ścinania, *Rudy Metale*, 45, 238-244.
- Pidvysotskyy, V, Wajda, W., Paćko, M., Kuziak, R., Pietrzyk, M., 2002, Identification of the Flow Stress for Copper in the Room Temperature, *Naukovi Visti, Suchasni Problemi Metalurgii*, 5, 255-258.
- Pietrzyk, M., Pidvysotskyy, V., Packo, M., 2004a, Flow stress model accounting for the strain localization during plastic deformation of metals, *Ann. CIRP*, 53, 235-238.
- Pietrzyk, M., Żmudzki, A., Szeliga, D., Kuziak, R., 2004b, Sensitivity of Parameters of Forward-Backward Extrusion Test on Material Properties and Friction, *Mat. Konf. MS&T 2004*, New Orleans, 403-411.
- Pietrzyk, M., Kuziak, R., Loveday, M., Roebuck, B., 2005, Effect of Preheating and Testing Method on the Flow Stress of Steels, *Mat. 8. ICTP*, Verona, CD ROM.
- Schey, J.A., 1970, Friction Effects in Metalworking Processes, w: Metal Deformation Processes: Friction and Lubrication, ed., Schey, J.A., Marcel Dekker Inc., New York, 17-81.
- Szeliga, D., Pietrzyk, M., 2002, Identification of Rheological and Tribological Parameters, Metal Forming Science and Practice, w: A State-of-the-art Volume in Honour of Professor J.A. Schey's 80th Birthday, ed., Lenard, J.G., Elsevier, Amsterdam, 227-258.
- Szeliga, D., Paćko, M., Kuziak, R., Pidvysotskyy, V., Pietrzyk M., Inverse Analysis of Various Types of Compression Tests, *Mat. Konf. Forming 2002*, Luhacovice, 2002, 279-284.
- Szeliga, D., Gawąd, J., Pietrzyk, M., Kuziak, R., 2005, Inverse Analysis of Tensile Tests, *Steel Res. Int.*, 76, (w druku).
- Szeliga, D., Matuszyk, P., Kuziak, R., Pietrzyk, M., 2002, Identification of Rheological Parameters on the Basis of Various Types of Plastometric Tests, *J. Mat. Proc. Techn.*, 125-126, 150-154.
- Szeliga, D., Gawąd, J., Kondek, T., Pietrzyk, M., Identyfikacja parametrów modeli materiałowych w oparciu o analizę odwrotną, *Mat. Konf. MSK'03 - Metody i systemy komput*erowe w badaniach naukowych i projektowaniu inżynierskim, ed., Tadeusiewicz, R., Ligęza, A., Szymkat, M., Kraków, 2003, 761-766.
- Szyndler, D., 2001, *Problem odwrotny w zastosowaniu do identyfikacji parametrów procesów plastycznej przeróbki metali*, Praca doktorska, AGH, Kraków.
- Wajda, W., 2004, Modelowanie procesów przeróbki plastycznej z uwzględnieniem efektów mikropasm ścinania, praca doktorska, AGH, Kraków, 2004.

Artykuł otrzymano 17 listopada 2005 r.

