

DRGANIA PODŁUŻNE PROSTOLINIOWEGO WLEWKA CIĄGŁEGO ODLEWANIA

ANITA CIEKOT

THE LONGITUDINAL VIBRATION OF STRAIGHT-LINE INGOT IN CONTINUOUS CASTING OF STEEL

Abstract

The paper deals with the problem of continuous cast ingot oscillations caused by oscillating caster. In our description of the cast ingot oscillations we considered the solidification, simplified reaction of the liquid phase on the solidified part and new weaker assumption modeling the working conditions of the cast ingot. The cast ingot equation of motion was derived taking into account the solid phase growing and strong dependence of material properties on the temperature. This equation was solved numerically using the Runge-Kutta-Merson method. The displacement of the cast ingot was discussed for different continuous casting process parameters including geometrical parameters, caster motion parameters and cast ingot pulling velocity as well as for various interaction forms between the caster and the cast ingot.

1. WPROWADZENIE

Ciągłe odlewanie stali (COS) należy do najbardziej rozwojowych metod produkcji stali (Evans, 1976). Najważniejszym elementem urządzenia COS jest krystalizator (Brimacombe i Weinberg, 1973, Marczenko i Browman, 1987), w którym odbywa się początkowe krzepnięcie wlewka przez co wpływa on na krystalizację pierwotną, kształt i jakość powierzchni zewnętrznej wlewka (Marti i Barbe, 1978, Singh i Błazek, 1974). Dlatego warstwa zakrzepła w krystalizatorze powinna być na tyle gruba i zwarta aby po wyjściu z krystalizatora nie uległa przerwaniu lub wybrzuszeniu. Znajdujący się za krystalizatorem system wtórnego chłodzenia tworzy kanał naprowadzający wlewk do urządzenia ciągnącego, za którym następuje odcięcie slabu o żądanej długości przez urządzenie tnące i podanie go do

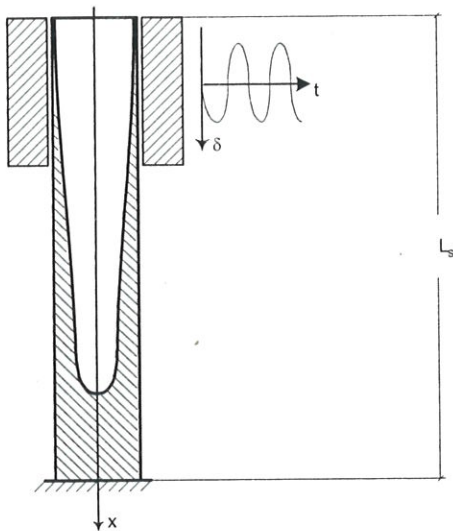
dalszej obróbki technologicznej. Zasadniczo krystalizator składa się z miedzianych płyt, które bezpośrednio stykają się z wlewkiem (Brimacombe, 1993). Płyty te umieszczone są wewnątrz stalowej osłony z przegradami z przepływającą między nimi wodą chłodzącą. Tworząca się w krystalizatorze warstwa zakrzepła ma naturalne tendencje do przylepiania się do ścianek formy (Lainez i Busturia, 1991). Aby ograniczyć do minimum to zjawisko wprowadza się krystalizator w ruch oscylujący. Dlatego w prezentowanym artykule analizuje się oddziaływania mechaniczne krystalizatora a w szczególności jego ruch drgający na prostoliniowy wlewk ciągłego odlewania. Praca ta obejmuje sformułowanie modelu układu wlewk – krystalizator, określenie równań dynamiki wlewka ciągłego odlewa-

nia, rozwiązanie tych równań oraz przeprowadzenie analizy ilościowej wpływu parametrów procesu COS na ruch wlewka.

2. RÓWNANIE RUCHU WLEWKA DLA PRZYBLIŻONYCH ODDZIAŁYWAŃ CIECZY

Rozważamy ruch wlewka ciągłego odlewania wymuszony ruchem oscylującym krystalizatora. Krystalizator ma zadany ruch harmoniczny $\delta = \delta_0 \sin(\omega t)$. Oddziałuje on na wlewek określonym obciążeniem podłużnym $s(x,t)$, przypadającym na jednostkę długości. Zakładamy, że drgania nie przenoszą się poza obręb wlewka wyznaczony przez układ ciągnący a zatem przekrój wlewka odpowiadający położeniu układu ciągnącego stanowi jego sztywne zamocowanie. Schemat takiego modelu przedstawiono na rysunku 1.

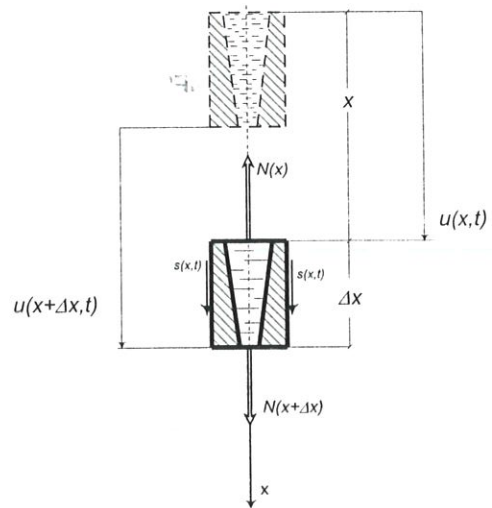
Siła wyciągania wlewka jest realizowana na rol-



Rysunek 1. Model uproszczony wlewka poddanego drganiom (Simplified model of ingot subjected to vibrations).

kach ciągnących. Rolki są dociskane do wlewka siłą normalną i poprzez tarcie toczone wywołują one określoną siłę wyciągania. Prędkość kątowna rolek jest dobierana tak aby uzyskać określoną prędkość wyciągania wlewka w_0 (prędkość odlewania). Przy stałej prędkości kątownej rolek w przypadku gdy nie występuje poślizg, mamy do czynienia ze stałą prędkością odlewania. Na ruch postępowy wlewka nałożony jest ruch oscylujący. Ten ruch wlewka modeluje się drganiami podłużnymi pręta prostego jednostronnie zamocowanego o specyficznej charakterystyce, wynikającej ze współdziałania fazy ciekłej i stałej.

Celem ustalenia równań drgań wlewka rozważymy jego skończony element Δx ograniczony przekrojami x i $x + \Delta x$, jak na rysunku 2. Zawiera on stałą i ciekłą część wlewka. Przyjmując masę elementu wlew-



Rysunek 2. Element wlewka wraz z obciążeniami (Part of ingot with loads).

ka w zadanej postaci zakładamy, że przemieszczenia części ciekłej i stałej są jednakowe. Równanie ruchu rozważanego elementu ma postać:

$$\frac{d}{dt}(\Delta m v) = -N(x,t) + N(x,t) + \frac{\partial N(x,t)}{\partial x} \Delta x + s(x,t) \Delta x \quad (1)$$

przy czym

$\Delta m = (\rho^l A^l + \rho^s A^s) \Delta x$ – masa elementu wlewka,

$p = p(x,t)$ – przyspieszenie,

$N(x)$ – siła podłużna,

ρ^l, ρ^s – odpowiednio gęstość fazy ciekłej i stałej wlewka,

A^l, A^s – odpowiednio pole przekroju części ciekłej i stałej wlewka.

Rozpisując przyrost pędu występujący w równaniu (1) otrzymujemy:

$$(\rho^l A^l + \rho^s A^s) \frac{dv}{dt} + (\rho^l \frac{dA^l}{dx} + \rho^s \frac{dA^s}{dx}) \frac{dx}{dt} v = \frac{\partial N(x,t)}{\partial x} + s(x,t) \quad (2)$$

Korzystając z zależności $A^l + A^s = A$ ($A = a^2 = const$, gdzie a – jest wymiarem przekroju poprzecznego) możemy napisać, że

$$\frac{dA^l}{dx} = -\frac{dA^s}{dx}$$

Ponadto $v = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} w_0$, gdzie $w_0 = \frac{dx}{dt}$ jest prędkością wyciągania wlewka. Przyspieszenie wlew-

ka $\frac{dv}{dt} = \frac{d^2 u}{dt^2}$, co daje:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2w_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + w_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

Zakładamy, że całkowite obciążenie wlewka przenosi wyłącznie część zakrzepła wlewka. Przyjmujemy, że jest ona ciałem lepko-sprężystym o liniowej charakterystyce sprężystej i lepkiej, określonej odpowiednio modułem sprężystości podłużnej $E^s = E^s(T(x,y))$ oraz współczynnikiem lepkości dynamicznej $\mu^s = \mu^s(T(x,y))$. Siłę podłużną wlewka określamy zależnością (Parkitny, 1977):

$$N(x,t) = \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \sigma_x y dy \quad (4)$$

gdzie $\eta(x)$ – jest grubością zakrzepłej warstwy wlewka. Naprężenie σ_x wyrażamy wzorem:

$$\sigma_x = E^s(T(x,y))(\varepsilon_x - \varepsilon_x^0) + \mu^s(T(x,y))\dot{\varepsilon}_x \text{ g d z i e :}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \text{ jest odkształceniem wlewka a } \varepsilon_x^0 = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x_0(y)}$$

jest odkształceniem wstępnym powstałym w chwili narastania warstwy zakrzepłej $x_0(y)$. Korzystając z zależności (3) i (4) oraz ze wzoru Leibniza dla całki zależnej od parametru wyliczamy wielkości występujące w równaniu ruchu:

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \sigma_x y dy =$$

$$\int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} y dy - \sigma_x(x, \frac{a}{2}-\eta, t^0) (\frac{a}{2}-\eta) (-\frac{d\eta}{dx}) \quad (5)$$

Ponieważ naprężenia na powierzchni krzepnięcia wlewka w momencie przyrastania są zerowe, więc ostatecznie pochodna siły wewnętrznej wynosi:

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} y dy \quad (6)$$

natomiast występująca tu pochodna naprężenia jest równa:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = E^s \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu^s \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + w_0 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right) +$$

$$\frac{\partial E^s}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x_0(y)} \right) + \frac{\partial \mu^s}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + w_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (7)$$

Podstawiając wyrażenie (7) do wzoru (4) i wyłąc-

zając wyrażenia niezależne od y przed całką, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial x} = & \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} E^s y dy + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + w_0 \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right) \\ & \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \mu^s y dy + \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=x_0(y)} \right) \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial E^s}{\partial x} y dy + \\ & + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + w_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial \mu^s}{\partial x} y dy \end{aligned} \quad (8)$$

Podstawiając odpowiednio zależności (8) i (4) do równania (1) otrzymujemy równanie ruchu w postaci równania różniczkowego niejednorodnego (prawa strona różna od zera) dla drgań wymuszonych:

$$\begin{aligned} (\rho^s A^s + \rho^l A^l) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (\rho^s - \rho^l) \frac{dA^s}{dx} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial t} w_0 \right) w_0 + \\ D_1(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + D_2(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_3(x) \frac{\partial u}{\partial x} + \\ D_4(x) \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + D_5(x) \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = s(x,t) \end{aligned} \quad (9)$$

gdzie współczynniki $D_i(x)$ są następującej postaci:

$$\begin{aligned} D_1(x) = & \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial \mu^s}{\partial x} y dy - 2(\rho^s A^s + \rho^l A^l) w_0 \\ D_2(x) = & \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} E^s y dy + w_0 \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial \mu^s}{\partial x} y dy - (\rho^s A^s + \rho^l A^l) w_0^2 \\ D_3(x) = & \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial E^s}{\partial x} y dy \quad D_4(x) = \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \mu^s y dy \\ D_5(x) = & w_0 \int_{\frac{a}{2}-\eta(x)}^{\frac{a}{2}} \mu^s y dy \end{aligned}$$

Równanie drgań swobodnych (równanie jednorodne) przyjmuje postać:

$$(\rho^s A^s + \rho^l A^l) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (\rho^s - \rho^l) \frac{dA^s}{dx} \frac{du}{dt} w_0 + D_1(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + D_2(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_3(x) \frac{\partial u}{\partial x} + D_4(x) \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} + D_5(x) \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0 \quad (10)$$

Warunki brzegowe równania określa swobodny koniec wlewka oraz jego utwierdzenie w miejscu działania rolek ciągnących, co daje

$$\left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad u(x,t) \Big|_{x=L_s} = 0 \quad (11)$$

Warunki początkowe wynoszą:

$$u(x,t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{du(x,t)}{dt} \Big|_{t=0} = 0. \quad (12)$$

3. ROZWIĄZANIE RÓWNAŃ RUCHU

Rozważane równanie ruchu wlewka jest równaniem różniczkowym cząstkowym rzędu drugiego z odpowiednimi warunkami jednoznaczności (geometrycznymi, brzegowymi i początkowymi). Jest ono na tyle skomplikowane, że efektywne jego rozwiązanie możemy uzyskać jedynie metodami przybliżonymi (Osiński, 1980). Zgodnie z zastosowaną tu metodą Galerki-
ni przyjmujemy rozwiązanie w postaci szeregu:

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{n'} S_i(t) U_i(x) \quad (13)$$

gdzie funkcje $U_i(x) = \cos\left(\left(i - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi x}{L_s}\right)$ są funkcjami

bazowymi dobranymi tak aby spełniały zadane warunki brzegowe:

$$\left. u(x,t) \right|_{x=L_s} = 0 \Rightarrow \left. U_i(x) \right|_{x=L_s} = 0; \quad \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \Rightarrow \left. U'_i(x) \right|_{x=0} = 0 \quad (14)$$

Przewidywane rozwiązanie podstawiamy do równania ruchu (13), mnożymy kolejno przez wszystkie funkcje bazowe i całkujemy w przedziale określoności $(0, L_s)$. Działania te sprowadzają równanie ruchu do układu równań różniczkowych zwyczajnych ze względu na nieznane funkcje czasu $S_i(t)$

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} \ddot{S}_i = \sum_{i=1}^n (b_{ij} \dot{S}_i + c_{ij} S_i) + d_j \quad (15)$$

gdzie: $j = 1, 2, \dots, n$,

a współczynniki występujące w równaniu są następujące:

$$a_{ij} = \int_0^L (\rho^l A^l(x) + \rho^s A^s(x)) U_i(x) U_j(x) dx$$

$$b_{ij} = \int_0^L \frac{d\mu^s}{dx} (\rho^l A^l(x) + \rho^s A^s(x)) U'_i(x) U_j(x) dx -$$

$$2w_0 \int_0^L (\rho^l A^l(x) + \rho^s A^s(x)) U'_i(x) U_j(x) dx +$$

$$+ \int_0^L \mu^s(x) (\rho^l A^l(x) + \rho^s A^s(x)) U''_i(x) U_j(x) dx$$

$$c_{ij} = \int_0^L \left(\int_{\frac{a}{2} - \eta(x)}^{\frac{a}{2}} E^s y dy \right) U''_i(x) U_j(x) dx +$$

$$w_0 \int_0^L \frac{d\mu^s}{dx} (\rho^l A^l + \rho^s A^s) U'_i(x) U_j(x) dx +$$

$$- 2w_0^2 \int_0^L (\rho^l A^l + \rho^s A^s) U''_i(x) U_j(x) dx +$$

$$\int_0^L \left(\int_{\frac{a}{2} - \eta(x)}^{\frac{a}{2}} \frac{\partial E^s}{\partial x} y dy \right) U'_i(x) U_j(x) dx +$$

$$+ w_0 \int_0^L \mu_s(x) (\rho^l A^l + \rho^s A^s) U''_i(x) U_j(x) dx$$

$$d_j = \int_0^L s(x,t) U_j(x) dx \quad (16)$$

Układ ten można zapisać w następującej postaci macierzowej:

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{S}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{S}} + \mathbf{C}\mathbf{S} + \mathbf{D} \quad (17)$$

gdzie:

$$\mathbf{A} = [a_{ij}]; \quad \mathbf{B} = [b_{ij}]; \quad \mathbf{C} = [c_{ij}]; \quad \mathbf{D} = [d_j].$$

Rozwiązujemy go ze względu na drugie pochodne po czasie i otrzymujemy:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{G}\dot{\mathbf{S}} + \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{K} \quad (18)$$

gdzie występujące tu macierze są postaci:

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}; \quad \mathbf{H} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{C}; \quad \mathbf{K} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D},$$

a \mathbf{A}^{-1} jest macierzą odwrotną macierzy \mathbf{A} .

Z przeprowadzonych testów wynika, że w obliczeniach praktycznych wystarczy wyliczać tylko dwie pierwsze funkcje: $S_1(t)$ i $S_2(t)$; zliczanie następnych członów szeregu (18) praktycznie nie ma znaczenia (wielkości te są bardzo małe). Dla dwóch wyrazów szeregu układ (18) przyjmie postać:

$$\begin{aligned} \ddot{S}_1 &= G_{11}\dot{S}_1 + G_{12}\dot{S}_2 + H_{11}S_1 + H_{12}S_2 + K_1 \\ \ddot{S}_2 &= G_{21}\dot{S}_1 + G_{22}\dot{S}_2 + H_{21}S_1 + H_{22}S_2 + K_2 \end{aligned} \quad (19)$$

przy czym występujące tu współczynniki wynoszą:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \frac{b_{11}a_{22} - b_{12}a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} & G_{12} &= \frac{b_{21}a_{22} - b_{22}a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ G_{21} &= \frac{b_{12}a_{11} - b_{11}a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} & G_{22} &= \frac{b_{22}a_{11} - b_{21}a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ H_{11} &= \frac{c_{11}a_{22} - c_{12}a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} & H_{12} &= \frac{c_{21}a_{22} - c_{22}a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ H_{21} &= \frac{c_{12}a_{11} - c_{11}a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} & H_{22} &= \frac{c_{22}a_{11} - c_{21}a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \\ K_1 &= \frac{d_1a_{22} - d_2a_{21}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} & K_2 &= \frac{d_2a_{11} - d_1a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \end{aligned} \quad (20)$$

Wielkości a_{ij} ; b_{ij} ; c_{ij} ; d_j określone zostały przez zależności (16).

Podstawiając do układu (19) zależności: $S_1 = y_1$, $S_2 = y_2$, $\dot{S}_1 = \dot{y}_1 = y_3$, $\dot{S}_2 = \dot{y}_2 = y_4$ układ równań różniczkowych rzędu drugiego sprowadzamy do układu równań różniczkowych rzędu pierwszego (Guduszauri i Panowko, 1988):

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_3 \\ \dot{y}_2 = y_4 \\ \dot{y}_3 = G_{11}y_3 + G_{12}y_4 + H_{11}y_1 + H_{12}y_2 + K_1 \\ \dot{y}_4 = G_{21}y_3 + G_{22}y_4 + H_{21}y_1 + H_{22}y_2 + K_2 \end{cases} \quad (21)$$

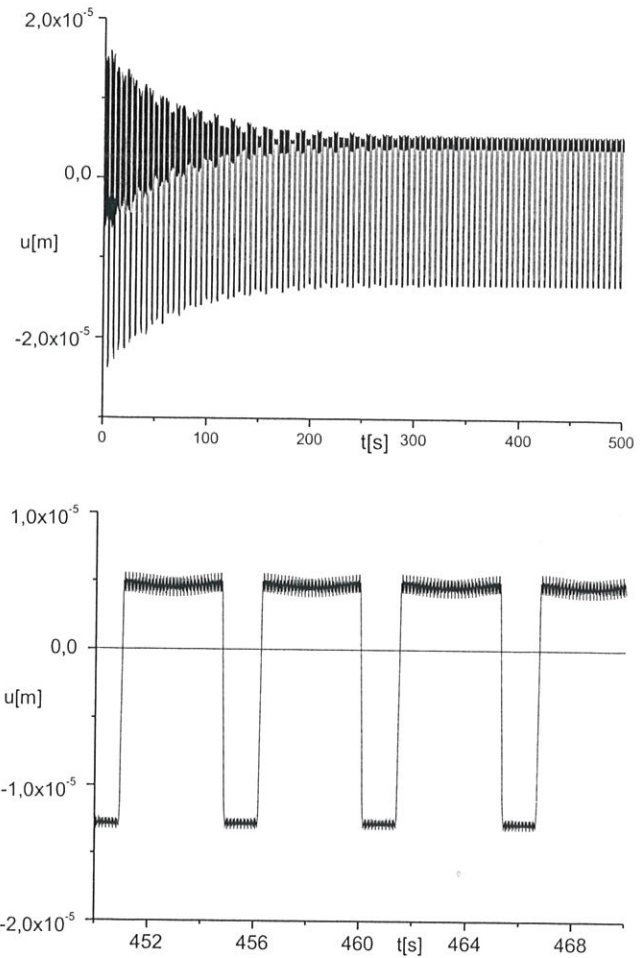
Układ równań różniczkowych zwyczajnych (21) rozwiązujemy numerycznie metodą Runghe-Kutty-Mersona wyznaczając nieznane funkcje czasu $S_i(t)$ i ich pochodne, a następnie wyliczamy przemieszczenia wlewka w dowolnym jego przekroju x według wzoru:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n S_i(t) \cos\left(\left(i - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi x}{L_s}\right) \quad (22)$$

4. PRZYKŁADY OBLICZEŃ. ANALIZA WPLYWU PARAMETRÓW RUCHU OSCYLACYJNEGO RYKRYSTALIZATORA I PRĘDKOŚCI WYCIĄGANIA NA DRGANIA WLEWKA

Podstawowe obliczenia wykonano dla parametrów, które odwzorowują rzeczywiste warunki ciągłego od-

lewania, to jest: $\rho^s = 7850 \text{ kg/m}^3$, $\delta_0 = 0,01 \text{ m}$, $\omega = 1,2 \text{ rad/s}$, $\mu_k = 5 \cdot 10^7 \text{ Ns/m}^2$, $L = 8,0 \text{ m}$, $L_k = 0,7 \text{ m}$, $f_s = 0,1$; $f_k = 0,3$, $a = 0,14 \text{ m}$ (Guduszauri i Panowko, 1988, Lait i in., 1974). Dla tych parametrów na rys. 3 przedstawiono zmiany przemieszczenia wlewka. Przemieszczenia te na wysokości krystalizatora ze względu na dwie dominujące częstości (pierwszą i drugą) są prawie stałe. Ich wykres sporządzono dla $x = 0,7 \text{ m}$. tj. na wyjściu wlewka z krystalizatora.



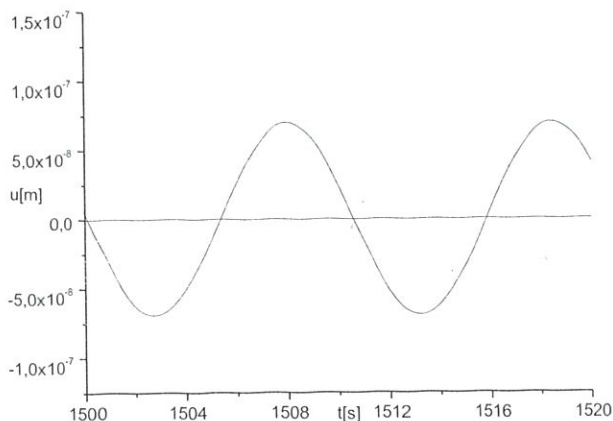
Rysunek 3. Przemieszczenia wlewka dla $x = 0,7 \text{ m}$, $w_0 = 0,008 \text{ m/s}$, $\delta_0 = 0,01 \text{ m}$ i $\omega = 1,2 \text{ rad/s}$ (Displacements of the ingot for $x = 0,7 \text{ m}$, $w_0 = 0,008 \text{ m/s}$, $\delta_0 = 0,01 \text{ m}$ i $\omega = 1,2 \text{ rad/s}$).

Ustalając wpływ parametrów procesu COS na drgania wlewka rozważano:

- ruch krystalizatora w zależności od częstości ω i amplitudy δ_0 oraz od prędkości w_0 wyciągania wlewka,
- wpływ lepkości materiału μ^s ,
- rolę współczynnika tarcia pomiędzy wlewkiem a krystalizatorem,
- zmianę długości krystalizatora L_{kr} .

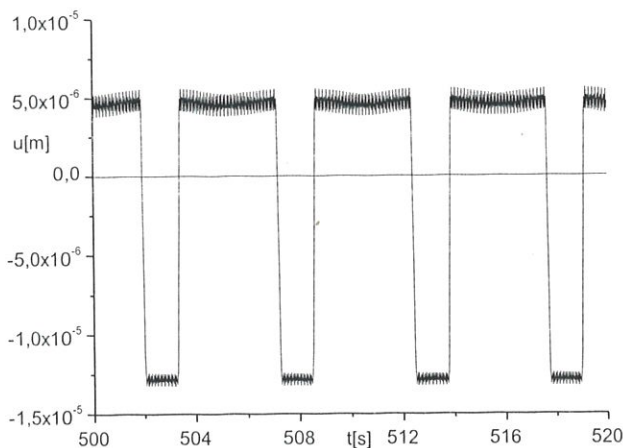
Wpływ parametrów ustalono dla podstawowego przypadku obliczeń i uzmienniania tylko jednego z tych parametrów.

Przemieszczenia wlewka rozważono dla zmiennych częstości: 0,6; 0,8; 1,2; 1,8 rad/s i dla przekroju



Rysunek 4. Przemieszczenia wlewka dla $\omega = 0,6$ rad/s.

$x = L_{kr}$. Dwie pierwsze częstotliwości spełniają warunek $w_0 \geq \delta_0 \omega$ stąd przebieg drgań jest harmoniczny. Rysunek 4 przedstawia ten przebieg dla $\omega = 0,6$ rad/s. Pozostałe dwie częstotliwości, które wynoszą 1,2 rad/s oraz 1,8 rad/s, spełniają warunek $w_0 < \delta_0 \omega$. Powoduje to zmianę charakteru drgań. Przedstawia to rysunek 5 dla $\omega = 1,2$ rad/s. Różnice tych przemieszczeń są nieznaczne.



Rysunek 5. Przemieszczenia wlewka dla częstotliwości $\omega = 1,2$ rad/s (Displacements of the ingot for the frequency $\omega = 1.2$ rad/s).

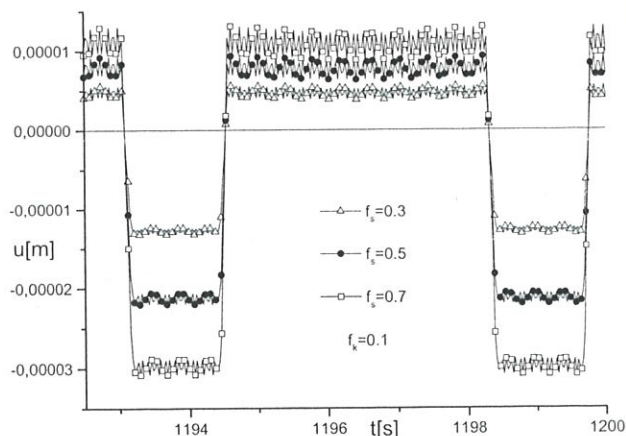
Podobnie reaguje układ na zmiany amplitudy drgań krystalizatora: 0,005; 0,01 i 0,015 m. Dla pierwszej amplitudy drgania te są harmoniczne gdyż spełniony jest warunek $w_0 \geq \delta_0 \omega$. Pozostałe amplitudy spełniają warunek $w_0 < \delta_0 \omega$ co powoduje zmianę charakteru drgań. Podobnie jak przy zmiennej częstotliwości różnice tych przemieszczeń są nieznaczne.

Analizując rolę prędkości wyciągania wlewka w_0 w zmianie drgań wlewka uwzględniono jej dwie wartości: $w_0 = 0,01$ m/s oraz $w_0 = 0,005$ m/s. Amplituda drgań wlewka jest prawie taka sama, przy czym ze wzrostem prędkości rosną największe wychylenia ujemne i odpowiednio maleją wychylenia dodatnie.

Zbadano również wpływ współczynnika μ^s na ruch układu, zwiększając go o rząd wielkości. Spowodo-

wało to tylko szybsze wygaszenie drgań wlewka, charakter drgań jednak się nie zmienia, średnie wartości przemieszczeń dla ruchu ustalonego są prawie jednokowe dla obydwóch współczynników lepkości materiału.

Istotne znaczenie dla przemieszczeń wlewka mają wartości sił tarcia spoczynkowego jak i kinetycznego (występujące podczas ruchu) pomiędzy wlewkiem i krystalizatorem. Analizy takiej dokonano dla dwóch przypadków: ustalonego współczynnika tarcia kinetycznego $f_k = 0,1$ i trzech poziomów tarcia spoczynkowego $f_s \in \{0,3; 0,5; 0,7\}$ oraz dla $f_k = 0,3$ i $f_s \in \{0,5; 0,7\}$. Uzyskane rezultaty obliczeń wskazują na znaczącą rolę tarcia spoczynkowego. Zauważa się prawie trzykrotny wzrost przemieszczeń ze wzrostem współczynnika tarcia spoczynkowego co obrazuje rysunek 6. Podobne tendencje mają miejsce także dla $f_k = 0,3$. Wzrost współczynnika tarcia kinetycznego przy tej samej wartości współczynnika tarcia spoczynkowego nieznacznie zmienia przemieszczenia.

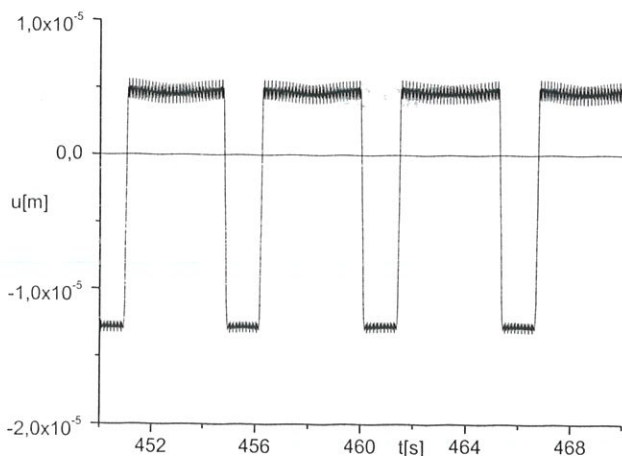


Rysunek 6. Zmiany przemieszczenia wlewka przy stałym współczynniku tarcia kinetycznego (Changes of the ingot displacement for the constant kinematic friction coefficient).

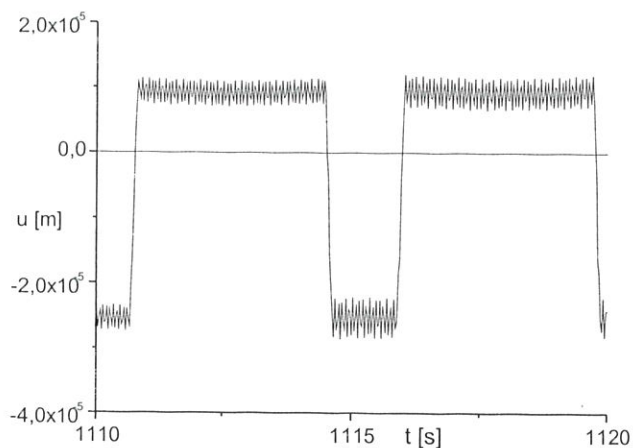
Znaczący wpływ na przemieszczenia wlewka ma długość krystalizatora. Co prawda, długość krystalizatora określają warunki pierwotnego chłodzenia (grubość zakrzepłej warstwy wlewka po wyjściu z krystalizatora ma zapewnić jej dostateczną wytrzymałość) lecz przyjęcie krystalizatora o długości 1 m w stosunku do rozważanego wcześniej krystalizatora o długości 0,7 m daje obraz co do zmian przemieszczenia wlewka. Przyjęcie krystalizatora o długości 1 m wskazuje na wyraźny wzrost przemieszczeń (prawie dwukrotny – por. rysunki 7 i 8).

5. WNIOSKI

Zaproponowany w pracy model układu wlewka - krystalizator pozwolił na uwzględnienie w analizie



Rysunek 7. Przemieszczenia wlewka dla $L_{kr} = 0,7$ m (Displacements of the ingot for $L_{kr} = 0,7$ m).



Rysunek 8. Przemieszczenia wlewka dla $L_{kr} = 1$ m (Displacements of the ingot for $L_{kr} = 1$ m).

stanu przemieszczenia wlewka takich nowych elementów jak:

- parametry ruchu krystalizatora (częstość i amplituda drgań),
- prędkość wyciągania wlewka,
- warunki oddziaływania krystalizatora na wlewki (współczynnik tarcia spoczynkowego i kinetycznego).

Na podstawie wykonanych obliczeń wyznaczono przemieszczenia wlewka wywołane oscylującym krystalizatorem oraz przeprowadzono analizę wpływu parametrów procesu COS na ten ruch i ocenę znaczenia wartości tych parametrów dla przebiegu procesu COS i jakości produktu końcowego.

LITERATURA

- Brimacombe J. K., 1993, Empowerment with Knowledge - Toward the Intelligent Mold for the Continuous Casting of Steel Billets. *Iron and Steelmaker*, 11, 35-47.
- Brimacombe J. K., Weinberg F., 1973, Theoretical and measured liquid pool profiles in the mould region during the continuous casting of steel. *Journal of the Iron and Steel Institute*, 1, 24-33.
- Evans R. K., 1976, Continuous Casting: 100million tonnes of steelmaking capacity. *Metals and Materials*, 21-23, 25, 27-29, 31.
- Guduszauri E. G., Panowko G. JA., 1988, *Teorija wibracyjnych technologiczeskich processow pri niekulonowom trenii*. Nauka, Moskwa.
- Gutowski R., Świetlicki W., 1986, *Dynamika i drgania układów dynamicznych*, PWN, Warszawa.
- Lainez E., Busturia J. C., 1991, *The E.L.V. solidification model in continuous casting billet moulds using casting powder*. 1st European Conference on Continuous Casting, Florencja, Włochy, 1621-1631.
- Lait J. E., Brimacombe J. K., i inni, 1974, Mathematical modeling of heat flow in the continuous casting of steel. *Ironmaking and Steelmaking*, t1, 2, 90-97.
- Marczlenko I. K., Browman M. Ja., Galientowskij G. G., 1987, Naczialnyje Stadii Formirowania Korki Slitka pri Nieprierywnom Eliktroszliakowom Litie stali. *Mietally*, 1, 30-34.
- Marti H., Barbe J., 1978, Moulds: key element in continuous casting. *Iron and Steel Intern.*, 3, 167-177.
- Osiński Z., 1980, *Teoria drgań*, PWN, Warszawa.
- Parkitny R., 1977, Naprężenia w odlewach. Stadium krzepnięcia. *Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej. Praca habilitacyjna*. Nr 15, Częstochowa.
- Savage J., Pearson J., 1962, *Rolling characteristics of multiple section continuously cast steel billets*. Continuous Casting, ed. D. L. McBride and T. E. Dancy, Interscience Publisher, New Yor, 179-195.
- Singh S. N., Blazek K. E., 1974, Heat Transfer and Skin Formation in Continuous Casting Mold as a Function of Steel Carbon Content, *Journal of Metals*, 10, 17-27.
- Schwerdtfeger K., Sha H., 2000, Depth of Oscillation Marks Forming in Continuous Casting of Steel. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 31B, 8, 813-826.

Artykuł otrzymano 2 lutego 2004 r.