Wydawnictwo Naukowe AKAPIT

INFORMATYKA W TECHNOLOGII MATERIAŁÓW

Numer 3-4, Tom 3, Rok 2003

ZASTOSOWANIE METOD TEORII STEROWANIA OPTYMALNEGO DO OPRACOWANIA TECHNOLOGII WALCOWANIA

DMITRY SVYETLICHNYY

APPLICATION OF OPTIMAL CONTROL THEORY METHODS TO DESIGN OF ROLLING TECHNOLOGY

Abstract

The paper deals with the application of control theory techniques in the flat rolling processes. Algorithms of optimal control problem solution are presented. Optimization problem for entire multi-pass rolling design was solved. Model of optimization is presented for rolling processes on the reversing mills. The models, which allow obtaining optimal parameters, were developed with an objective to achieve the required austenite or ferrite grain size.

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

a	-	współczynnik wagi
A	-	zredukowany hesjan działania sterowania **u** na gradient **b**
b(u)	-	gradient funkcjonału Q
C_r	-	prędkość chłodzenia
c		wypukłość blachy
D_0	-	początkowa wielkość ziarna przed rekrystalizacją
D_a	-	wielkość ziarna ferrytu
D, D_γ	-	wielkość ziarna austenitu
D_{dr}, D_r	-	wielkość dynamicznie i statycznie zrekrystalizowanego ziarna
d	-	kierunek poprawy
F	-	siła walcowania
f(x, u)	-	wektor-funkcja opisująca proces dynamiczny obiektu
g(**x**, **u**)	-	funkcja kary dla stanów i sterowań przejściowych nakładanych na trajektorie procesu
H	-	funkcja Hamiltona (hamiltonian)
H_*, H_{**}	-	pierwsza i drugia pochodna funkcji Hamiltona
h	-	grubość blachy (pasma)
h_x(**x**),	-	pochodne funkcji kary dla stanu końcowego
Δh	-	gniot
h(**x**)	-	funkcja kary dla stanu końcowego
h_{xx}(**x**)	-	hesjan funkcji kary dla stanu końcowego
I	-	macierz jednostkowa
$L(\lambda,x,u)$	-	funkcjonał Lagrange'a
L_*	-	pierwsza pochodna funkcjonału Lagrange'a
M	-	moment walcowania
P, p	-	główna i pomocnicza zmienna równania Riccatiego
$\mathbf{P}_{11}$ - $\mathbf{P}_{22}$, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$	-	macierze i wektory współczynników równania Riccatiego
Q	-	kryterium jakości
Q_*, Q_{**}	-	pierwsze i drugie pochodne kryterium jakości
R	-	stała gazowa
T	-	temperatura
t	-	czas
Δt	-	czas przerwy między przepustami
t_0, t_1	-	czas początku i końca procesu
$t_{0.05p}$	-	czas do rozpoczęcia wydzieleń węglikoazotków
$t_{0.5X}$	-	czas połowy rekrystalizacji statycznej

D. Svyetlichnyy, Politechnika Częstochowska, Wydział Inżynierii Procesowej, Materiałowej i Fizyki Stosowanej

152-171

ISSN 1641-8581

$t_{0,05X}$, $t_{0,95X}$ - czas początku i końca rekrystalizacji statycznej
$\mathbf{u}(t)$ - wektor sterowania
$\overline{\mathbf{u}}$, $\widetilde{\mathbf{u}}$ przyrost wekrora sterowania (wariacja sterowania)
ϖ - sterowanie zastępcze
$\mathbf{x}(t)$ - wektor współrzędnych stanu
$\mathbf{x}_0$, $\mathbf{x}_1$ - wektor współrzędnych stanu początkowego i końcowego
$\dot{\mathbf{x}}$ - wektor pochodnych współrzędnych stanu względem czasu
$\overline{\mathbf{x}}$, $\widetilde{\mathbf{x}}$ - liniowa część przyrostu wektora współrzędnych stanu (wariacja stanu)
Z - parametr Zenera-Hollomona
ε - odkształcenie
ε_c, ε_p - odkształcenie krytyczne i odpowiadające maksimum na krzywej płynięcia
e_r - odkształcenie resztkowe
$e_{0,5}$ - odkształcenie odpowiadające połowie rekrystalizacji dynamicznej
$\dot{\varepsilon}$ - prędkość odkształcenia
λ - wektor mnożników Lagrange'a (zmienna sprzężona)
$\dot{\lambda}$ - pierwsza pochodna (wariacja) zmiennej sprzężonej
$\overline{\lambda}$, $\widetilde{\lambda}$ - pomocnicza zmienna sprzężona (wariacja zmiennej sprzężonej)
τ - współczynnik kroku
χ - ułamek rekrystalizacji
Ab - iloczyn wektorowy **A** i **b** (wektorów, macierzy itp.)
[ ] - Zawartość pierwiastka

1. WPROWADZENIE

Ciągle rosnące wymagania odnośnie jakości wyrobów metalowych są jednym z wyzwań dla współczesnej nauki. Przygotowanie nowej technologii walcowania metodą prób i błędów jest kosztowne, mało skuteczne i wymaga wiele czasu. Jednocześnie w warunkach konkurencji zakłady walcownicze są zainteresowane zmniejszeniem strat na etapie wdrażania nowych procesów. Ciągła poprawa technologii jest ważnym czynnikiem gwarantującym wysoką jakość, zbyt i konkurencyjność produkcji na międzynarodowym rynku. Technologia kontrolowanego walcowania jest jednym z rozwiązań wdrażanych ostatnio w wielu walcowniach.

Kierunkiem pozwalających na opracowanie efektywnej technologii kontrolowanego walcowania jest zastosowanie wspomagania komputerowego. Komputerowe modelowanie z jednej strony nie potrzebuje kosztownych nakładów, a z drugiej pozwała na szybkie uzyskanie zadawalających wyników bez konieczności prowadzenia trudnych i skomplikowanych badań doświadczalnych. Duże zróżnicowanie możliwych problemów wynikających podczas produkcji walcowniczej, związane z dużym zakresem zmian wymiarów wyrobów, gatunków stali i wymaganych własności mechanicznych. Wymusza to stosowanie metod projektowania, które zawierają na pewnym etapie komputerowe modelowanie procesu walcowania. Modelowanie dostarcza technologom więcej informacji niż mogą uzyskać innymi metodami. Modelowanie, aby było skuteczne, powinno opierać się na dokładnych modelach, które precyzyjnie odzwierciedlają rzeczywiste warunki wybranej walcowni i jej specyfikę. Stały wzrost wymagań odnośnie własności wyrobów spowodował, że coraz większą rolę odgrywają modele, które oprócz uwzględnienia zmian parametrów energo-siłowych i temperatury, ujmują analizę zmian mikrostruktury materiału. Rekrystalizacja statyczna i zachodząca w pewnych warunkach rekrystalizacja dynamiczna i metadynamiczna mają zasadniczy wpływ na przebieg procesu walcowania, na krzywą umocnienia metalu, na końcową mikrostrukturę i własności wyrobów.

Wydaje się, że głównym zadaniem nowoczesnego wspomagania komputerowego powinno być nie tylko samo modelowanie procesu, ale również jego projektowanie w oparciu o dokładne modele z uwzględnieniem wszystkich ograniczeń i przy spełnieniu wszystkich wymagań. A zatem jednym z najbardziej skomplikowanych zagadnień w walcownictwie, stawianym przed systemami on-line, jest projektowanie technologii bezpośrednio podczas walcowania. Wyzwaniem w tym zakresie jest uwzględnienie rozwoju mikrostruktury w celu opracowania technologii, która pozwala uzyskać wymagane własności mechaniczne wyrobów. Dostępne systemy projektowania dla walcowni blach są obecnie ograniczone do uwzględnienia takich parametrów jak siła, moment walcowania oraz warunki ciągłości i ewentualnie płaskości gotowego wyrobu.

Problem opracowania technologii jest wieloparametrycznym zadaniem optymalizacji. Prace nad zagadnieniami optymalizacji procesów przeróbki plastycznej metali stały się możliwe dzięki dynamicznemu rozwojowi nowoczesnej techniki komputerowej umożliwiającej modelowanie i symulację tych procesów. Jednak niewiele z opracowań stosuje metody optymalizacji dynamicznej lub teorii sterowania optymalnego. Powszechnie wykorzystywane są prostsze metody minimalizacji statycznej. Wiadomo, że prostsze metody są mniej skuteczne od metod bardziej złożonych. To stwierdzenie zupełnie sprawdza się przy stosowaniu metod teorii sterowania optymalnego do projektowania procesu walcowania. Im bardziej skomplikowany i rozwinięty model jest wykorzystany do opisu procesu wieloprzepustowego walcowania, tym większe zyski w nakładach obliczeniowych pozwala uzyskać zastosowanie metody teorii sterowania optymalnego. Jest to związane z faktem, że wraz ze wzrostem na przykład liczby przepustów wymiarowość problemu statycznego rośnie proporcjonalnie do trzeciej potęgi tej liczby, natomiast dla problemu dynamicznego wymiarowość jest proporcjonalna do potęgi drugiej. Takiemu przyspieszeniu sprzyja sekwencyjność walcowania, tzn.

obliczenia obejmują szereg następujących po sobie przepustów, powiązanych ze sobą szeregiem zmiennych. Ta sekwencyjność jest uwzględniana w metodach sterowania optymalnego.

2. OBECNY STAN PROBLEMÓW PROJEKTOWANIA PLANU GNIOTÓW I STEROWANIA MIKROSTRUKTURĄ

2.1. Projektowanie planu gniotów

Proces walcowania jest procesem dyskretnym. Oznacza to, że może on być podzielony na kilka podobnych powtarzających się operacji: walcowanie i przerwy między przepustami. Zasada ta stosuje się również do walcowania ciągłego. Ponieważ w procesie walcowania nie można uzyskać gotowego wyrobu w jednym przepuście, konieczne jest opracowanie najskuteczniejszej kolejności przepustów. Prawdopodobnie dlatego pierwsze próby zastosowania teorii sterowania podejmowane były w stosunku do walcowania wieloprzepustowego. Rozwój algorymtów projektowania planu gniotów można opisać jako proces uwzględnienia coraz większej liczby parametrów i ograniczeń procesu. Pierwszymi takimi parametrami obok dokładności końcowych wymiarów były siła i moment walcowania oraz kąt chwytu. Później dla blach i pasm dodano wypukłość i płaskość wyrobów i ostatnio parametry mikrostruktury i własności mechaniczne, przy czym te ostatnie parametry są obecnie sterowane pośrednio poprzez temperaturę końca walcowania.

Problem sterowania optymalnego parametrami planu gniotów sformułowano przed 20 laty (Andrade i in., 1987). Metody sterowania optymalnego były zastosowane po raz pierwszy przez Arkhangelskiego i Twardowskiego (1976). W pracy tej klatkę walcowni blach grubych rozpatrywano jako obiekt sterowania w problemie optymalizacji cyklu walcowania ze względu na czas lub moment zastępczy silnika przy uwzględnieniu ograniczeń na parametry energo-siłowe i technologiczne. Te ostatnie ograniczenia pozwalają uzyskać blachy o wymaganej jakości. Jednak niski poziom rozwoju techniki obliczeniowej wstrzymywał zastosowanie bardziej rozwiniętych modeli procesu sterowania oraz wymagających założeń odnośnie jakości końcowych wyrobów. Wynikało to z faktu, że głównym wymaganiem jakościowym stawianym gotowym wyrobom były ich wymiary, których modelowanie jest trudne. Wraz z poszerzeniem wymagań odnośnie własności zaczęto odchodzić od stosowania metod teorii sterowania optymalnego, ponieważ w prostych przypadkach skuteczniejszymi były proste metody optymalizacji statycznej lub metody poszukiwania minimum jednej zmiennej. W pracy Chabouda i in (1987) optymalizację planu gniotów procesu walcowania normalizacyjnego w walcowni USIMINUS 4100 w Brazylii prowadzono właśnie metodą poszukiwania minimum jednej zmiennej. Algorytm zaproponowany w pracy (Chaboud i in., 1987), który można stosować zarówno dla walcowni jedno-, jak i dwuklatkowej, zawiera dwie części. W pierwszej obliczenia prowadzono od grubości zadanej do grubości pośredniej. Po osiągnięciu tej wartości grubości przewidywano przerwę na chłodzenie i dalej planowano gnioty do osiągnięcia zadanej grubości końcowej. Następnie porównywano końcową temperaturę z temperaturą obliczoną i powtarzano obliczenia ze zmienionym czasem przetrzymania blachy o grubości pośredniej, dopóki nie uzyskano zadanej temperatury końca walcowania. Podobny algorytm, opracowany przez firmę General Electric, zastosowano na Walcowni Blach Grubych w Hucie Częstochowa i Hucie Batory (Filipczyk i in., 1981). W algorytmie tym, podobnie jak w poprzednim (Chaboud i in., 1987), opracowano model dla uwzględnienia wypukłości i płaskości gotowej blachy, natomiast nie uwzględniano temperatury końca walcowania.

W latach 80-ch rozpoczyna się stosowanie metody Newtona-Raphsona do doboru optymalnych parametrów walcowania zarówno dla walcarek nawrotnych (Pietrzyk i Kusiak, 1978) jak i dla walcowni ciągłej (Pietrzyk i in., 1990). W tych pracach, podobnie jak w pracy (Pietrzyk i Głowacki, 1983) zaproponowano zamiast metod iteracyjnych, polegających na przeliczeniu kolejnych przepustów i doborze wielkości gniotu na podstawie żądanego nacisku, zastosowanie statycznego modelu matematycznego procesu walcowania. Trudności wynikające w iteracyjnych rozwiązaniach z obliczeniem ostatniego przepustu są łatwo omijane w tym podejściu. Podstawą rozwiązania jest nieliniowy układ równań bilansu mocy i równości nacisków. Liczbę przepustów oblicza się iteracyjnie zakładając jeden przepust dla pierwszej iteracji, a następnie zwiększając ilość przepustów, jeżeli średnia wartość nacisku na jednostkę szerokości jest większa od dopuszczalnej. Po określeniu liczby przepustów m układ równań stanowi m równań bilansu mocy oraz m - 1 równań warunków równości nacisku na jednostkę szerokości. Rozwiązanie takiego układu $2m$ - 1 nieliniowych równań z $2m$ - 1 niewiadomymi (m - 1 grubości blachy, m prędkości walcowania) prowadzone jest metodą linearyzacji Newtona-Raphsona, a następnie eliminacji Gaussa. Metoda gwarantuje uzyskanie maksymalnej wydajności procesu i utrzymanie jednakowej wartości nacisku na jednostkę szerokości pasma we wszystkich przepustach. Skuteczność zastosowanej metody można potwierdzić publikacjami ostatnich lat zarówno w Polsce (Sołek i Głut, 2000), jak i zagranicą (Lu i in., 2000). W pracy (Sołek i Głut, 2000) wykorzystano metodę Newtona-Raphsona, w połączeniu z metodą eliminacji Gaussa,

do optymalizacji projektowania gniotów dla walcowni ciągłej blach na gorąco. Matematyczny model zapisano jak i w poprzednich pracach (Pietrzyk i in., 1990) przez m równań bilansu mocy oraz *m* - 1 równań ciągłości walcowanego pasma. Natomiast dodatkowo wprowadzono funkcję kary ograniczającą wzrost gniotów i prędkości walcowania powyżej watości technologicznie dopuszczalnych. Założona, jednakowa w każdym przepuście wartość współczynników obciążenia napędów, może nie być spełniona w trakcie optymalizacji. Sytuacja taka występuje wówczas, gdy w danej klatce istnieje konieczność ograniczenia gniotu lub prędkości walcowania.

W pracy (Lu i in., 2000) zastosowano metodę Newtona-Raphsona do rozwiązywania układu równań warunków płaskości gotowego wyrobu. Jako warunek zachowania płaskości wykorzystano monotoniczną zależność między grubością pasma a siłą walcowania. Zależność tą stosowano tylko dla kilku ostatnich przepustów (w omawianym przykładzie były to 3 ostatnie przepusty).

Podstawy i zasady planowania gniotów z zastosowaniem zasady maksimum Pontryagina (Pontryagin i in., 1961) przedstawiono w pracach (Svietlichnyj i in., 1998) oraz (Svietlichnyj i Pietrzyk, 2001). Proces walcowania w kilku przepustach można uważać za proces dyskretny. Sterowaniem jest wielkość gniotu, a układ sterowania jest liniowy z nieliniowymi ograniczeniami. Stosowanie zasady maksimum Pontryagina prowadzi w tym przypadku do tego, że walcowanie należy przeprowadzać z jak największymi gniotami dopuszczalnymi, a więc poruszając się w przestrzeni sterowań po trajektorii, która leży na hiperpłaszczyznach ograniczeń. Oznacza to walcowanie z jak najwyższymi dopuszczalnymi siłami albo momentami, przy uwzględnieniu pozostałych ograniczeń (kąt chwytu, warunki wypukłości, płaskości i temperaturowe). Układ ten można rozpatrywać jako bezinercyjny, jednak warunki płaskości stosowane w ostatnich przepustach nadają procesowi cechy właściwe procesom inercyjnym.

Podsumowując obecny stan wiedzy na temat projektowania planu gniotów można sformułować następujące wnioski:

- Stosowane metody optymalizacji nie uwzględniają szeregu ograniczeń nakładanych na proces walcowania (warunki płaskości, warunki temperaturowe i inne).
- Parametry mikrostruktury i własności mechaniczne wyrobów nie są bezpośrednio wykorzystywane do optymalizacji procesu walcowania.
- Nie stosuje się metod teorii sterowania optymalnego lub optymalizacji dynamicznej do projektowania technologii walcowania.

2.2. Możliwości sterowania mikrostrukturą

Jak stwierdzono powyżej, parametry mikrostruktury i własności mechaniczne nie są bezpośrednio wykorzystywane do optymalizacji procesu walcowania. Parametry mikrostruktury i własności mechaniczne są obecnie sterowane pośrednio poprzez temperaturę końca walcowania. Jednak w ostatnich latach, w oparciu o rozwój wiedzy o własnościach materiałów i warunkach uzyskania zadawalającej jakości produktu, powstały podstawy do implementacji metod teorii sterowania optymalnego do systemów opracowania technologii procesów wyciskania i kucia. Głównym parametrem optymalizacji staje się wielkość ziarna austenitu w procesie z rekrystalizacją dynamiczną. Pierwszymi pracami z tego kierunku były badania prowadzone w Wright Patterson Air Force Base (Ohio, USA) i Wright State University (Dayton, Ohio) pod przewodnictwem Malasa III (Malas i in., 1997), (Venugopal i in., 1997) i (Frazier i in., 1998). W pracach tych zastosowano strategię systematycznych obliczeń parametrów bliskich optymalnym w procesach odkształcenia na gorąco w celu uzyskania kontrolowanej mikrostruktury. Podejście to opiera się na współczesnej teorii sterowania i wymaga opracowania modeli w układzie zmiennych stanu dla możliwych własności materiałowych oraz dla procesu odkształcenia na gorąco. Opracowania zdążające w kierunku uwzględniania nierównomierności odkształceń prowadzono dla procesu kucia w Northwestern Polytechnical University (Xi'an, Chiny) przez Fenga i Luo (2000). Optymalną trajektorię termomechanicznych parametrów otrzymywano z modeli rozwoju mikrostruktury dla strefy ze stabilnymi termomechanicznymi parametrami. Strefę tę wyznaczano poprzez zastosowanie metod teorii systemów rozproszonych oraz sztucznych sieci neuronowych. Rozwiązania problemu poszukiwano w oparciu o teorię liniowo-kwadratowych regulatorów z uwzględnieniem fizycznych ograniczeń. Funkcja celu (funkcja kary) zawiera zadaną wielkość ziarna austenitu oraz ograniczenia nakładane na proces. Weryfikację przeprowadzono dla kucia cylindrycznego wsadu ze stopu tytanu. Zgodność wyników otrzymanych w procesie kucia opracowanym przy zastosowaniu opisanego podejścia jest dość dobra.

3. METODY TEORII STEROWANIA OPTYMALNEGO

Teoria sterowania optymalnego wynika z zagadnień wariacyjnych, a jej historia liczy około 400 lat. Zdecydowany wzrost zainteresowania tą metodą wiąże się ze spektakularnym powodzeniem przewidywania optymalnych trajektorii lotów w zastosowaniach lotniczych i

kosmicznych na początku lat 60-tych. Natomiast rozwojowi metod obliczeniowych sprzyjał rozwój techniki komputerowej.

W porównaniu z komplikacjami i ograniczeniami analitycznych poszukiwań, numeryczne rozwiązania są relatywnie prostsze. Istnieją trzy podstawowe podejścia do rozwiązania problemu sterowania optymalnego:

1. Rozwiązanie zagadnienia brzegowego (two-point boundary value problem) zadanego warunkami koniecznymi, z rozwiązaniem lokalnego problemu optymalizacji hamiltonianu w każdym kroku czasowym.
2. Pełna dyskretyzacja problemu, czyli jego przekształcenie w skończenie wymiarowy nieliniowy problem.
3. Parametryzacja skończona trajektorii sterowania, a następnie przekształcenie problemu w nieliniowy. Funkcja celu i ograniczenia oceniane są przez całkowanie równań stanu i obliczenie ich gradientów względem parametrów sterowania przez całkowanie równań sprzężonych lub równań wrażliwości.

3.1. Zagadnienie brzegowe

W przypadku, kiedy od rozwiązania układu równań różniczkowych zwyczajnych wymagane jest spełnienie warunków na kilku brzegach, zagadnienie nazywane jest zagadnieniem brzegowym (two point boundary value problem). Zwykle warunki do spełnienia ustawiane są w dwóch punktach: w początkowym i w końcowym. Jednak w ogólnym przypadku warunki mogą być nakładane w kilku punktach, w tym w punktach wewnętrznych. Kluczowa różnica pomiędzy zwykłym całkowaniem i zagadnieniem brzegowym polega na tym, że w pierwszym przypadku można rozpocząć obliczenia w punkcie początkowym i prowadzić całkowanie numeryczne do punktu końcowego. Natomiast w przypadku zagadnienia brzegowego warunki początkowe nie są wystarczające do uzyskania jednoznacznego rozwiązania, oraz losowy wybór spośród rozwiązań spełniających warunki początkowe prawie zawsze nie spełnia warunków końcowych (lub nie spełnia ich w punktach przejściowych). Przestrzeń rozwiązań spełniających warunki początkowe jest obszerna i prawie nieskończona. Dlatego zagadnienie brzegowe wymaga znacznie większych nakładów obliczeniowych niż zwyczajne całkowanie numeryczne. Należy całkować układ równań różniczkowych w całym zakresie przynajmniej kilkokrotnie. Jedynie w kilku najprostszych liniowych przypadkach można oszacować liczbę możliwych iteracji.

Istnieją dwie różne grupy metod rozwiązania zagadnienia brzegowego:

- metody strzałów,
- metody relaksacji.

W metodzie strzałów (shooting method) wybieramy wartości dla wszystkich zmiennych wzdłuż jednej granicy (Keller, 1968). Te wartości powinny być niesprzeczne z warunkami brzegowymi na tej granicy, jednak pozostają pewne swobodne parametry, wartości których początkowo wybieramy losowo. Zatem całkujemy układ równań różniczkowych zwykłymi metodami całkowania numerycznego, osiągając drugą granicę (i/lub wewnętrzny punkt). Na ogół występuje rozbieżność od zadanych wartości w tych punktach. Powstaje zatem wielowymiarowe zadanie poszukiwania pierwiastków: znaleźć kombinacje swobodnych parametrów w punkcie początkowym, dającą zerową rozbieżność w drugim punkcie (lub pozostałych punktach). Metoda strzałów daje systematyczne przybliżenie po kilku próbnych strzałach i pozwala ciągle poprawiać celność. Metodę strzałów można realizować stosując na przykład wielowymiarową globalnie zbieżną metodę Newtona-Raphsona, która poszukuje zera funkcji n_1 zmiennych. Funkcje otrzymywane są poprzez całkowanie N równań różniczkowych od t_0 do t_1.

W innym wariancie metody strzałów, tak zwanej metodzie strzałów w punkt pośredni (Stoer i Bulirsch R, 1980), możemy inicjować swobodne parametry na obu końcach całkując równania do wspólnego środkowego punktu poszukując kombinacji parametrów dających gładkie połączenie rozwiązań w środkowym punkcie. We wszystkich metodach strzałów próbne rozwiązanie zawsze dokładnie odpowiada równaniom różniczkowym (lub z dokładnością, z którą chcemy całkować numerycznie), natomiast rozwiązanie spełni wymagane warunki końcowe dopiero po wykonaniu wszystkich iteracji.

Metody relaksacji wykorzystują kilka różnych podejść (Keller, 1968). Równania różniczkowe zastępowane są równaniami różnic skończonych opisanych na siatce punktów pokrywającej cały zakres całkowania. Kiedy zagadnienie zawiera N równań różniczkowych pierwszego rzędu przedstawionych w postaci równań różnic skończonych na siatce M punktów, rozwiązanie składa się z N zależnych funkcji zadanych w każdym z M punktów, czyli łącznie $N \times M$ zmiennych. Na przykład, jeżeli zadanie zawiera pięć równań a siatka 50 punktów, należy inicjować 250 zmiennych reprezentujących rozwiązanie. Metoda relaksacji poczynając od przypadkowego rozwiązania próbnego doprowadzi do rozwiązania prawidłowego. Ponieważ metoda wymaga wykonania kilku iteracji, głównym problemem jest dobra zbieżność wielowymiarowej metody Newtona. W metodzie tej rozwiązywane jest równanie macierzowe. Podstawowa macierz współczynników ma $(M \times N)$ wierszy z $(M \times N)$ elementami, większość z których jest równa zeru.

Niezależnie od dużej liczby wymaganych dopasowywań, metoda relaksacji jest bardzo skuteczna. Me-

toda ta jest skuteczniejsza od metody strzałów w przypadku, kiedy rozwiązania są wrażliwe na warunki brzegowe lub zawierają skomplikowane algebraiczne zależności. Liczba i pozycja wymaganych punktów mogą nie być znane a priori, wtedy przewagę ma metoda strzałów, ponieważ całkowanie i dopasowanie zmiennych do rozwiązania jest naturalną cechą tej metody. Dobre początkowe wartości są kluczem do skuteczności metody relaksacji.

Przy pewnym doświadczeniu w stosowaniu obu omówionych wyżej metod, można je połączyć ze sobą. W takim przypadku najpierw wykorzystuje się metodę strzałów, a później metodę relaksacji.

3.2. Metody gradientowe

Metody gradientowe można podzielić na dwie grupy: metody pierwszej wariacji i metody drugiej wariacji. Do pierwszych można zaliczyć:

- metodę gradientu prostego (lub największego spadku),
- metodę kierunków sprzężonych (algorytmy Fletchera-Reevesa (1964), Polaka-Ribiere (Polak, 1971), Sinnota i Luenbergera (1967)),
- metodę zmiennej metryki (algorytmy Davidona-Fletchera-Powella (DFP) (Fletcher, 1980), Wolfa-Broydena-Davidona (WBD) (Findeisen i in., 1980), Broydena-Fletchera-Goldfarba-Shanno (BFGS) (Kręglewski i in., 1984)).

Do metod drugiej wariacji można odnieść:

- metodę Newtona w przestrzeni sterowań,
- metodę Newtona w przestrzeni stanu i przestrzeni sprzężonej (metoda Newtona-Raphsona).

3.2.1. Podstawy metod gradientowych

Problem sterowania optymalnego sformułowany jest jako znalezienie sterowania $\mathbf{u} \in U$ dla obiektu sterowania opisanego równaniami stanu:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)], \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \tag{1}$$

które minimalizuje funkcję celu zapisanego w postaci kryterium optymalności:

$$Q = h[\mathbf{x}(t_0), \mathbf{x}(t_1)] + \int_{t_0}^{t_1} g[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]dt \tag{2}$$

Wprowadzając mnożniki Lagrange'a, minimum funkcjonału jakości (2) przy ograniczeniach (1), przyjmuje postać (Findeisen i in., 1980):

$$L(\lambda, x, u) = h(\mathbf{x}(t_1)) + \lambda^T(t_0)(\mathbf{x}(t_0) - \mathbf{x}_0) +$$

$$\int_{t_0}^{t_1} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)dt + \int_{t_0}^{t_1} \lambda^T(t)(\dot{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t))dt \tag{3}$$

Po wprowadzieniu funkcji Hamiltona H o postaci:

$$H = -g[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] + \lambda^T \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \tag{4}$$

równanie (3) można napisać w formie:

$$L(\lambda, x, u) = \lambda^T(t_1)\mathbf{x}(t_1) + h(\mathbf{x}(t_1)) -$$

$$\int_{t_0}^{t_1} [\dot{\lambda}^T(t)\mathbf{x}(t) + H(\lambda(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)]dt \tag{5}$$

Podstawowy układ równań Lagrange'a przyjmuje postać

$$L_\lambda = 0 \Leftrightarrow \dot{\mathbf{x}}(t) = H_\lambda(\lambda(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \tag{6}$$

$$L_x = 0 \Leftrightarrow \dot{\lambda}(t) = -H_x(\lambda(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t), \quad \lambda(t_1) = -h_x(\mathbf{x}_1) \tag{7}$$

$$L_u = \mathbf{b}(u) \Leftrightarrow \mathbf{b}(\mathbf{u})(t) = -H_u(\lambda(t), \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \tag{8}$$

gdzie pierwsze równanie (6) jest równaniem opisującym stan obiektu, drugie (7) jest równaniem sprzężonym, zaś trzecie (8) wyznacza gradient funkcjonału Q. Wiektor $\mathbf{b}(u)$ jest gradientem funkcjonału jakości, zredukowanym do przestrzeni sterowań. W oparciu o równania (6) – (8) zbudowana jest większość algorytmów z zastosowaniem metod gradientowych: gradientu prostego, kierunków sprzężonych i zmiennej metryki.

Przekształcając rozwinięcie funkcjonału Lagrange'a w szereg Taylora włącznie z członami drugiego rzędu, uzyskujemy następujący układ równań podstawowych dla wariacji:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = H_{\lambda x}\bar{\mathbf{x}}(t) + H_{\lambda u}\bar{\mathbf{u}}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = 0 \tag{9}$$

$$\dot{\bar{\lambda}}(t) = -H_{x\lambda}\bar{\lambda}(t) - H_{xx}\bar{\mathbf{x}}(t) - H_{xu}\bar{\mathbf{u}}(t), \quad \bar{\lambda}(t_1) = -h_{xx}\bar{\mathbf{x}}(t_1) \tag{10}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{u})\bar{\mathbf{u}} = -H_{u\lambda}\bar{\lambda}(t) - H_{ux}\bar{\mathbf{x}}(t) - H_{uu}\bar{\mathbf{u}}(t) \tag{11}$$

gdzie: $\bar{\mathbf{u}}$ – przyrost sterowania, $\bar{\mathbf{x}}$ – część liniowa przyrostu stanu, – pomocnicza zmienna sprzężona. Pochodne Hamiltona są obliczane wzdłuż trajektorii $\lambda(t)$, $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{A}(\mathbf{u})\bar{\mathbf{u}}$ jest wynikiem działania zredukowanego hesjanu na element $\bar{\mathbf{u}}$, $\mathbf{A}(\mathbf{u})\bar{\mathbf{u}} = Q_{uu}(\mathbf{u})$. Druga różniczka zupełna (druga wariacja) funkcjonału jakości może być przedstawiona w kilku postaciach:

$$(\mathbf{A}(\mathbf{u})\bar{\mathbf{u}})^T\bar{\mathbf{u}} = (Q_{xx}(\mathbf{x},\mathbf{u})\bar{\mathbf{x}})^T\bar{\mathbf{x}} + 2(Q_{ux}(\mathbf{x},\mathbf{u})\bar{\mathbf{x}})^T\bar{u} + (Q_{uu}(\mathbf{x},\mathbf{u})\bar{\mathbf{u}})^T\bar{\mathbf{u}} =$$

$$\int_{t_0}^{t_1} (H_{u\lambda}(t)\bar{\lambda}(t) + H_{ux}(t)\bar{\mathbf{x}}(t) + H_{uu}(t)\bar{\mathbf{u}}(t))^T\bar{\mathbf{u}}(t)dt \tag{12}$$

Jeśli założymy, że $H_{uu}(t)$ ma odwrotność, to możemy wykorzystać układ równań (9) – (11) dla wyznaczenia odwrotności operatora $\mathbf{A}(\mathbf{u})$. Niech $\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{u})\tilde{\mathbf{u}}$. Wyznaczając $\bar{\mathbf{u}}$ z równania (11) i podstawiając do równań (9) i (10) uzyskujemy układ równań kanonicznych dla wariacji:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{P}_{11}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{P}_{12}\tilde{\boldsymbol{\lambda}}(t) + \mathbf{p}_1\tilde{\mathbf{u}}(t), \quad \tilde{\mathbf{x}}(t_0) = 0 \tag{13}$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\lambda}}}(t) = -\mathbf{P}_{21}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{P}_{22}\tilde{\boldsymbol{\lambda}} - \mathbf{p}_2\tilde{\mathbf{u}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\lambda}}(t_1) = -h_{xx}\tilde{\mathbf{x}}(t_1) \tag{14}$$

oraz równanie określające $\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{u})\tilde{\mathbf{u}}$:

$$\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{u})\tilde{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}} = -H_{uu}^{-1}\left(H_{u\lambda}\tilde{\boldsymbol{\lambda}} + H_{ux}\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{u}}\right) \tag{15}$$

gdzie

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{P}_{11} &= -\mathbf{P}_{22}^T = H_{\lambda x} - H_{\lambda u}H_{uu}^{-1}H_{ux}, \\ \mathbf{P}_{12} &= -H_{\lambda u}H_{uu}^{-1}H_{u\lambda}, \\ \mathbf{P}_{21} &= H_{xx} - H_{xu}H_{uu}^{-1}H_{ux}, \\ \mathbf{p}_1 &= H_{\lambda u}H_{uu}^{-1}, \qquad \mathbf{p}_2 = H_{xu}H_{uu}^{-1} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

Do rozwiązania układu równań (13) i (14) zastosujemy podstawienia Riccatiego (Bittanti i in., 1991). Jeśli równania (13), (14) mają jednoznaczne rozwiązanie, to ze względu na szczególną postać tych równań można założyć istnienie takiej absolutnie ciągłej macierzy $\mathbf{P}(t)$ i wektora $\mathbf{p}(t)$, że zachodzi zależność:

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}(t) = \mathbf{P}(t)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{p}(t) \tag{17}$$

Różniczkując zależność (17) względem czasu i podstawiając do równania (14) oraz wykorzystując równanie (13) dla wyrugowania $\mathbf{x}(t)$, oraz uwzględniając, że zależność powinna być spełniona dla dowolnych $\tilde{\mathbf{x}}(t)$, uzyskujemy następujące równania:

$$\begin{aligned} -\dot{\mathbf{P}}(t) &= \mathbf{P}(t)\mathbf{P}_{12}(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{P}_{11}(t) + \\ &\quad \mathbf{P}_{22}(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}_{21}(t), \\ \mathbf{P}(t_1) &= -h_{xx}(\mathbf{x}(t_1)) \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} -\dot{\mathbf{p}}(t) &= \left[\mathbf{P}(t)\mathbf{P}_{12}(t) + \mathbf{P}_{22}(t)\right]\mathbf{p}(t) + \\ &\quad \left[\mathbf{P}(t)\mathbf{p}_1(t) + \mathbf{p}_2(t)\right]\tilde{\mathbf{u}}(t), \ \mathbf{p}(t_1) = 0 \end{aligned} \tag{19}$$

Równanie (18) nazywane jest różniczkowym macierzowym równaniem Riccatiego, natomiast równanie (19) nazywane jest uzupełniającym do równania Riccatiego. Oprócz równania Riccatiego (18) i uzupełniającego (19), dla wyznaczenia odwrotności hesjanu według (15) niezbędne jest rozwiązanie równania dla wariacji stanu:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) &= \left(\mathbf{P}_{12}\mathbf{P}(t) - \mathbf{P}_{11}\right)\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{P}_{12}\mathbf{p}(t) + \mathbf{p}_1\tilde{\mathbf{u}}(t), \\ \tilde{\mathbf{x}}(t_0) &= 0 \end{aligned} \tag{20}$$

Dalsze działania, zmierzające do wyznaczenia odwrotności operatora $\mathbf{A}(\mathbf{u})$ na elemencie $\tilde{\mathbf{u}}$, sprowadzają się tylko do prostych przekształceń algebraicznych:

Dalsze działania, zmierzające do wyznaczenia odwrotności operatora $\mathbf{A}(\mathbf{u})$ na elemencie $\tilde{\mathbf{u}}$, sprowadzają się tylko do prostych przekształceń algebraicznych:

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{u})\tilde{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{u}} = \\ &\quad -H_{uu}^{-1}\left(\left(H_{u\lambda}\mathbf{P}(t) + H_{ux}\right)\tilde{\mathbf{x}} + H_{u\lambda}\mathbf{p}(t) - \tilde{\mathbf{u}}\right) \end{aligned} \tag{21}$$

3.2.2. Metoda drugiej wariacji w przestrzeni sterowań dla problemu dyskretnego

W klasycznej metodzie drugiej wariacji sposób odwracania hesjanu problemu oparty jest na rozwiązaniu równań kanonicznych dla wariacji, bądź to poprzez wyznaczenie macierzy rozwiązań podstawowych, bądź przez rozwiązanie równania Riccatiego. Mimo nieliniowości równań Riccatiego, liczba tych równań jest istotnie mniejsza od łącznej liczby równań kanonicznych. Ponadto, w przypadku dyskretyzacji równanie Riccatiego jest jedynym sposobem ogólnego rozwiązania równań kanonicznych dla wariacji.

Dla przypadku dyskretnego, do którego zaliczany jest proces walcowania, problem sterowania optymalnego można sformułować w następujący sposób. Znaleźć dopuszczalne sterowanie $\mathbf{u} \in U$ dla obiektu sterowania opisanego różnicowymi równaniami stanu:

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{f}\left[\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}(t_k)\right], \ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \tag{22}$$

które minimalizuje kryterium optymalności:

$$Q = h\left[\mathbf{x}(t_N)\right] + \sum_{k=0}^{N-1} g\left[\mathbf{x}(t_k), \mathbf{u}(t_k), t_k\right] \tag{23}$$

W przypadku dyskretyzacji czasu lub procesów sekwencyjnych (łańcuchowych) takich jak walcowanie w kilku przepustach, równanie Riccatiego jest jedynym sposobem rozwiązania równań kanonicznych dla wariacji. Jeżeli traktować proces dynamiczny jako statyczny o następującej wymiarowości: n – wymiar stanu, m – wymiar sterowania, N – liczba przedziałów dyskretyzacji, to należy podkreślić, że nakłady obliczeniowe dla przypadku statycznego można określić wzorem $[N(n+m)]^k$, natomiast dla przypadku dynamicznego zależnością $N(n+m)^k$, gdzie wykładnik k zmienia się w różnych metodach od 2 do 4. Dla przypadku dyskretnego w metodach statycznych należałoby odwrócić hesjan problemu – macierz o $(mN)^2$ elementach. Wprowadzenie równania typu Riccatiego upraszcza tę operację. Algorytm dla przypadku dyskretnego nie odróżnia się istotnie od algorytmu dla przypadku ciągłego (Svietlichnyj, 2002), jednak wykorzystywane są nieco inne wzory.

A. Znając trajektorię sterowania $\mathbf{u}^i(t_k)$, przy zadanych warunkach początkowych $\mathbf{x}_0$ rozwiązać równanie stanu (22) i obliczyć wskaźnik jakości (23) dla k od 0 do N-1.

B. Znając trajektorię stanu $\mathbf{x}^i(t_k)$ i sterowania $\mathbf{u}^i(t_k)$, rozwiązać równanie sprzężone $\lambda^i(t_k)$ i wyznaczyć gradient $\mathbf{b}^i(t_k)$ dla k od N-1 do 0 według wzorów:

$$\lambda_{k-1} = H_x^T(\lambda_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, k),\ \lambda_{N-1} = -h_x^T(\mathbf{x}_N) \quad (24)$$

$$\mathbf{b}_k = -H_u^T(\lambda_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, k) \quad (25)$$

C. Rozwiązać numerycznie dyskretne równanie Riccatiego (18) i uzupełniające równanie (19), wyznaczając $\mathbf{P}^i(t_k)$ i $\mathbf{p}^i(t_k)$ dla k od N-1 do 0.

$$\begin{aligned} &\mathbf{P}_{k-1} = -\mathbf{P}_{22}\mathbf{P}_k\mathbf{R}_k\mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{21}, \\ &\mathbf{R}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{12}\mathbf{P}_k)^{-1},\ \mathbf{P}_{N-1} = -h_{xx}(\mathbf{x}_N) \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{k-1} = &-\mathbf{P}_{22}[\mathbf{P}_k\mathbf{R}_k\mathbf{P}_{12} + \mathbf{I}]\mathbf{p}_k + \\ &[-\mathbf{P}_{22}\mathbf{P}_k\mathbf{R}_k\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2]\mathbf{b}_k, \\ \mathbf{p}_{N-1} = &\ 0 \end{aligned} \quad (27)$$

gdzie $\mathbf{P}_{11}$ - $\mathbf{P}_{22}$, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ określone są równaniami (16).

D. Obliczyć wariację kanoniczną stanu $\tilde{\mathbf{x}}$ (tk) oraz kierunek poprawy $\mathbf{d}_i(t_k)$ według wzorów dla k od 0 do N-1:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{R}_k(\mathbf{P}_{11}\tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{P}_{12}\mathbf{p}_k + \mathbf{p}_1\mathbf{b}_k),\ \tilde{\mathbf{x}}_0 = 0 \quad (28)$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{d}_k = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}_k = \\ &-H_{uu}^{-1}((H_{u\lambda}\mathbf{P}_k + H_{ux})\tilde{\mathbf{x}}_k + H_{u\lambda}\mathbf{p}_k - \mathbf{b}_k) \end{aligned} \quad (29)$$

E. Zakładając pewną wartość współczynnika kroku t, zastosować nowe sterowanie

$$\mathbf{u}_\tau^i = \mathbf{u}^i + \tau\mathbf{d}^i \quad (30)$$

Po podstawieniu $\mathbf{u}_\tau(t)$ rozwiązać równanie stanu (22), wyznaczając trajektorię $\mathbf{x}_\tau(t)$ oraz obliczyć wskaźnik jakości (23). Powtórzyć obliczenia kilkokrotnie dla różnych wartości τ, minimalizując Q względem τ i obliczając optymalne τ^i.

F. Sterowanie początkowe dla następnej iteracji obliczane jest według wzoru:

$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^i + \tau^i\mathbf{d}^i \quad (31)$$

Iteracje są powtarzane dopóki wybrana norma gradientu $\mathbf{b}^i$ nie jest dostatecznie mała lub nie jest spełniony inny warunek końca obliczeń.

4. MODELE MATEMATYCZNE ZJAWISK ZACHODZĄCYCH PODCZAS WALCOWANIA

W rozdziale tym rozpatrzono podstawowe modele matematyczne opisujące proces walcowania na gorąco oraz zjawiska związane z rozwojem mikrostruktury. Zastosowanie tych modeli nie wymaga dodatkowych przekształceń, ponieważ w swojej postaci w pełni spełniają one wymagania stawiane dla nich przez metody sterowania dla procesów dyskretnych. Podstawowe znaczenie dla modelowania procesu walcowania mają następujące modele matematyczne:

- model siły i momentu walcowania,
- model temperaturowy,
- model profilu blachy,
- model rozwoju mikrostruktury.

Modelowanie rozwoju mikrostruktury na potrzeby zastosowań teorii sterowań prowadzono w oparciu o pół-empiryczne równania opisujące zjawiska rekrystalizacji i zmian wielkości ziarna, zgodnie z koncepcją opisaną w pracy Sellarsa (1990). Do programu wprowadzono modele dla różnych grup stali. Dla zilustrowania działania modelu wybrano trzy gatunki stali. Pierwszym gatunkiem jest stal węglowo-manganowa, drugim jest stal z mikrododatkiem niobu, natomiast trzecim jest stal austenityczna 304L. Skład chemiczny tych stali podano w tablicy 1. Zastosowane równania zebrano w tablicach 2–5. W tablicach tych podano również równania wykorzystane w niniejszej pracy do opisu wielkość ziarna ferrytu.

W przypadku stali z mikrododatkami procesy rekrystalizacji są kontrolowane przez wydzielenia węgli-

Tablica 2. Równania opisujące rekrystalizację dynamiczną.

Odkształcenie krytyczne dla rozpoczęcia rekrystalizacji dynamicznej (Yada, 1988)	$\varepsilon_c = 4{,}76\cdot10^{-4}\,exp\left(\frac{8000}{T}\right)$
Ułamek rekrystalizacji dynamicznej	$\chi_{dr} = 1 - exp\left[-0{,}693\left(\frac{\varepsilon-\varepsilon_c}{\varepsilon_{0.5}}\right)^2\right]$ $\varepsilon_{0,5} = 1{,}144\cdot10^{-5} D_0^{0,28}\dot{\varepsilon}^{0,05}\,exp\left(\frac{6420}{T}\right)$
Wielkość dynamicznie zrekrystalizowanego ziarna austenitu (Sellars i Whiteman, 1979)	$D_{dr} = 22600Z^{-0,27}$

Tablica 1. Skład chemicznyanalizowanych stali.

Pierwiastek	C	N_2	Nb	V	Ti	Mn	Si	Cr	Ni	P	Al	Mo	Cu
Zawartość, %	0,2	0,0005	0,04	0,0	0,01	1,2	0,003	0,0	0,1	0,002	0,003	0,0	0,0
	0,2	0,0005	0,00	0,0	0,00	1,2	0,003	0,0	0,1	0,002	0,003	0,0	0,0
	0,03	0,01	0,01	0,03	0,006	1,2	0,5	18,1	10,0	0,036	0,055	0,15	0,2

Tablica 3. Równania opisujące rekrystalizację statyczną i rozrost ziarna dla stali węglowo-manganowej.

Czas połowiczny rekrystalizacji statycznej (Roberts i in., 1984)	$t_{0,5X} = 5\times10^{-21}\varepsilon^{-4}D^{-2}\,exp\left(\frac{320000}{RT}\right)$
Czas rekrystalizacji statycznej (Roberts i in., 1984)	$t_{0,95X} = (4,323)^{\frac{1}{1,7}} t_{0,5X}$
Wielkość statycznie zrekrystalizowanego ziarna (Sellars i Whiteman, 1979)	$D_r = 25\left(\frac{log\left(Z/8,5\cdot10^{9}\right)}{0,067}\right)^{-\frac{2}{3}} D^{0,5}\varepsilon^{-1}$
Rozrost ziarna po rekrystalizacji (Roberts i in., 1984)	$D(t)^2 = D_r^2 + t\times10^{\left(6,6-\frac{6200}{T}\right)}\ \forall t < 20\ \text{s}$ $D(t)^2 = D_r^2 + t\times10^{\left(8,1-\frac{9000}{T}\right)}\ \forall t > 20\ \text{s}$
Wielkość ziarna ferrytu (Beynon i Sellars, 1992)	$D_\alpha = \left(1-0,45\varepsilon_r^{1/2}\right)\times$ $\left\{1,4+5C_r^{-1/2}+22\left[1-exp\left(-1,5\times10^{-2}D\right)\right]\right\}$

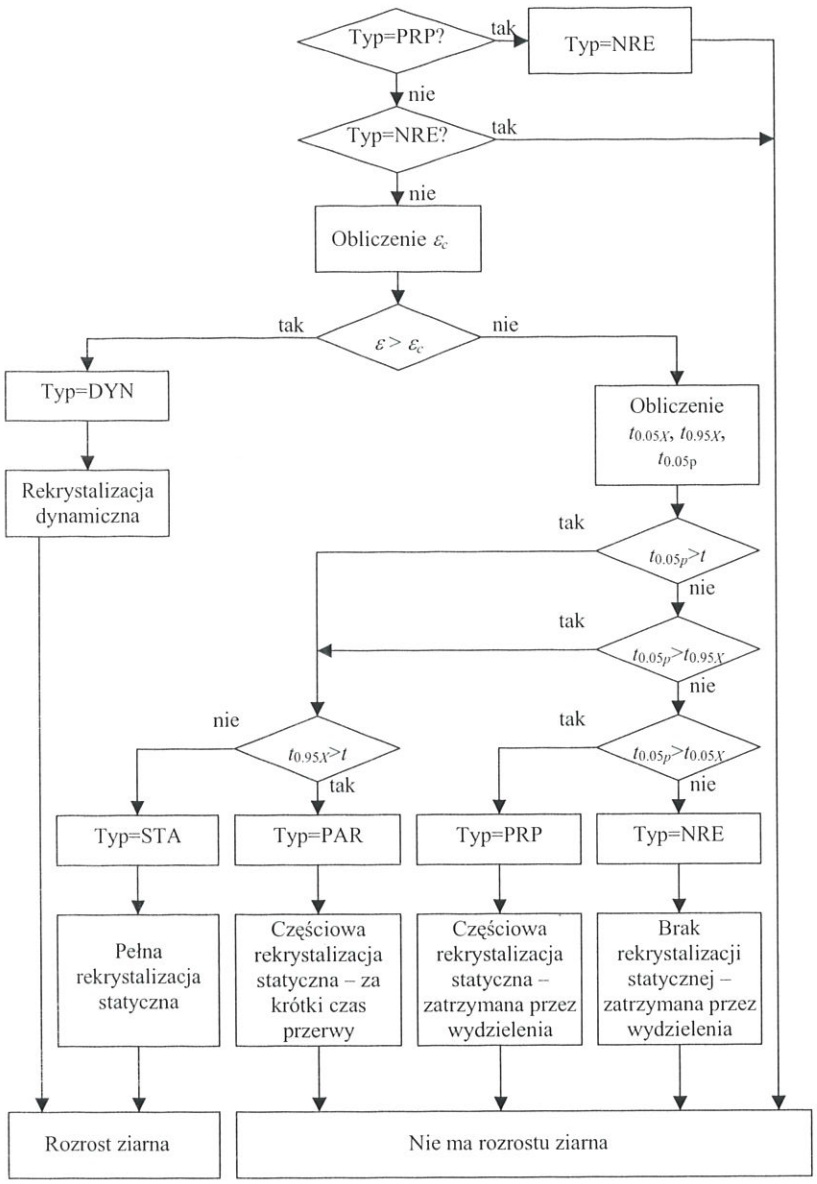
Tablica 4. Równania opisujące rekrystalizację statyczną i rozrost ziarna dla stali austenitycznej 304L (Svietlichnyj i in., 2000).

Wielkość zrekrystalizowanego ziarna (Barraclough i Sellars, 1979)	$D_r = \frac{125D^{0,5}Z^{-0,1}}{1,15-exp\left[-2,5\left(\frac{\varepsilon-0,08}{\varepsilon_p}\right)\right]}$
Czas 50% rekrystalizacji (Viera i Santos, 1990)	$t_{0,5X} = 2,29\times10^{-15}D\varepsilon^{-4}Z^{-0,32}\,exp\left(\frac{400000}{RT}\right)$
Rozrost ziarna (Tsukahara i in., 1997)	$D^{3,3} - D_r^{3,3} = 2,4\times10^{20}\,exp\left(\frac{-444000}{RT}\right)t$

Tablica 5. Równania opisujące rekrystalizację statyczną, czas do rozpoczęcia wydzieleń i rozrost ziarna dla stali mikrostopowych z dodatkiem niobu Nb i tytanu Ti.

Czas połowiczny rekrystalizacji statycznej (Hodgson,1993), (Majta, 2000)	$t_{0,5X} = \left(-5,24+550[Nb_{eq}]\right)\cdot10^{-18}D^2\varepsilon^{-4+77[Nb_{eq}]}\,exp\frac{330000}{RT}$ $[Nb_{eq}] = [Nb] + 0,31[Ti] + 0,15[Al]$
Czas do rozpoczęcia wydzieleń węglikoazotków (Dutta i Sellars, 1987)	$t_{0,05p} = 3\times10^{-6}[Nb_{eq}]^{-1}\varepsilon^{-1}Z^{-0,5}\,exp\frac{270000}{RT}exp\frac{2,5\cdot10^{10}}{T^3(ln\,k_s)^2}$ gdzie współczynnik rozpuszczalności: $k_s = \frac{[Nb_{eq}]\left([C]+\frac{12}{14}[N]\right)}{10^{2,26-\frac{6770}{T}}}$
Wielkość statycznie zrekrystalizowanego ziarna austenitu (Dutta i Sellars, 1987)	$D_r = D^{0,67}\varepsilon^{-0,67}$
Kinetyka rozrostu ziarna po rekrystalizacji (Hodgson i Gibbs, 1992)	$D(t)^{xk} = D_r^{xk} + 4,1\times10^{23}t\,exp\left(\frac{-435000}{RT}\right)$ dla [Ti] < 0.01 xk = 4,5; dla [Ti] > 0.01 xk = 4,5(1+50[Ti])
Wielkość ziarna ferrytu (Beynon i Sellars, 1992)	$D_\alpha = \left(1-0,45\varepsilon_r^{1/2}\right)\left\{2,5+3C_r^{-1/2}+20\left[1-exp\left(-1,5\times10^{-2}D\right)\right]\right\}$

koazotków i modele rozwoju mikrostruktury mają inny charakter niż dla stali węglowo-manganowych. Obok kinetyki rekrystalizacji uwzględniana jest kinetyka wydzieleń węglikoazotków. Wydzielenia aktywowane są plastycznym odkształceniem austenitu i powodują całkowite zatrzymanie rekrystalizacji w niższych temperaturach. Idea uwzględnienia wpływu wydzieleń na rozwój mikrostruktury jest pokazana na rysunku 1, gdzie t jest czasem przerwy między przepustami. Oznaczenia pozostałych parametrów podane są w tablicach 2–



Rysunek 1. Schemat blokowy obliczeń rozwoju mikrostruktury dla stali z mikrododatkami niobu (Svietlichnyj i in., 2002a).

5. Według przedstawionego algorytmu (rysunek 1) najpierw sprawdzane jest, czy nie nastapiło zatrzymanie rekrystalizacji w poprzednim przepuście przez wydzielenia (częściowo PRP lub w pełni NRE). Jeśli takie zatrzymanie mieło miejsce, to znaczy, że rekrystalizacja jest zatrzymana na stałe i proces rekrystalizacji nie jest więcej rozpatrywany. Dalej sprawdany jest warunek rekrystalizacji dynamicznej i przy jego spełnieniu obliczano wielkość ziarna i jego rozrost po rekrystalizacji. W kolejnym bloku obliczane są czasy charakteryzujące procesy rekrystalizacji i wydzieleń węglikoazotków. Porównanie tych czasów pozwala wyznaczyć w jakim kierunku pójdzie rozwój mikrostruktury: czy to będzie pełna rekrystalizacja statyczna (STA) z podalszym rozrostem ziarna, czy to będzie częściowa rekrystalizacja statyczna związana z krótkim czasem przerwy w porównaniu z trwaniem procesu rekrystalizacji (PAR) lub z rozpoczęciem wydzileń węglikoazotków (PRP), czy rekrystalizacja statyczna nie nastąpi (NRE) ze względu na rozpoczęcie wydzieleń przed zapoczątkowaniem procesu rekrystalizacji statycznej. W tych ostatnich trzech przypadkach rozrostu ziarna się nie będzie.

5. ZASTOSOWANIE METOD TEORII STEROWANIA OPTYMALNEGO DO OPTYMALIZACJI WALCOWANIA BLACH

Metody teorii sterowania optymalnego można stosować w różnych dziedzinach przeróbki plastycznej. Zagadnienia teorii sterowania są nieodmienne w zastosowaniu do dynamicznych procesów kształtowania metali. Mogą to być zarówno procesy ciągłe, jak i sekwencyjne. Do pierwszych można zaliczyć na przykład procesy wyciskania i kucia (Svietlichnyj i in., 2002b), do drugich można odnieść proces walcowania. Bardzo ciekawymi zjawiskami do optymalizacji mogą być zjawiska związane ze sterowaniem rozwoju mikrostruktury i własnościami mechanicznymi wyrobów. Optymalizacji mogą podlegać zjawiska dynamicznej i statycznej rekrystalizacji, rozrost ziarna względnie przemiany fazowe.

5.1. Zastosowanie metody drugiej wariacji w przestrzeni sterowań do dyskretnego problemu planowania gniotów

Przypomnijmy, że optymalizację problemu dyskretnego w czasie można sformułować w następujący sposób: znaleźć sterowanie $\mathbf{u} \in U$ dla obiektu opisanego równaniami stanu:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \tag{32}$$

które minimalizuje wskaźnik jakości:

$$Q = h(\mathbf{x}_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, k) \tag{33}$$

Dla procesu walcowania zmiennymi stanu są: grubość pasma $x_1 = h$, temperatura $x_2 = T$, średnia wielkość ziarna austenitu $x_3 = \Delta g$, oraz odkształcenie reszt-

kowe $x_4 = \varepsilon_r$. Składowymi wektora sterowania są: gniot w przepuście u1 = Dh oraz pauza między przepustami $u_2 = \Delta t$. Równania stanu (32) można zapisać w następujący sposób:

$$\begin{cases} h_{k+1} = x_{1,k+1} = f_1(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) = h_k - \Delta h_k \\ T_{k+1} = x_{2,k+1} = f_2(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \\ D_{\gamma k+1} = x_{3,k+1} = f_3(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \\ \varepsilon_{rk+1} = x_{4,k+1} = f_4(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \end{cases} \tag{34}$$

z następującymi warunkami początkowymi: zadanymi początkowymi wymiarami slaba, temperaturą, wielkością ziarna austenitu itp. oraz z ograniczeniami nakładanymi na stan końcowy i stany przejściowe, które są zadane w postaci nierówności dla:

- sterowań:

$$\begin{aligned} \Delta h_{min} \le \Delta h \le \Delta h_{max} \\ \Delta t_{min} \le \Delta t \le \Delta t_{max} \end{aligned} \tag{35}$$

- niektórych zmiennych stanu:

$$\begin{aligned} h_{min} \le h \\ T_{min} \le T \end{aligned} \tag{36}$$

- ograniczeń mieszanych:

$$\begin{aligned} F = f_F(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \le F_{min} \\ M = f_M(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \le M_{min} \end{aligned} \tag{37}$$

Drugie równanie układu (34) odpowiada modelowi temperatury, trzecie równanie – modelowi rozwoju mikrostruktury, czwarte wynika z modelu rozwoju mikrostruktury przy zatrzymaniu lub częściowej rekrystalizacji. Równania (37) odpowiadają modelowi siły F i momentu walcowania M.

Uwzględnienie ograniczeń prowadzono na dwa różnych sposoby. Ograniczenia sterowania uwzględniano poprzez wprowadzenie normalizującej funkcji, natomiast ograniczenia stanu i ograniczenia mieszane uwzględniano poprzez zastosowanie przesuniętej funkcji kary (Findeisen i in., 1980). Normalizacja sterowania polegała na zastąpieniu sterowania rzeczywistego u sterowaniem zastępczym v. W odróżnieniu od sterowania rzeczywistego u sterowanie zastępcze v nie jest ograniczone. Jako funkcje normalizujące wykorzystano sinus oraz arcus tangens:

$$u = u_{min} + 0{,}5(u_{max} - u_{min})(\sin v + 1) \tag{38}$$

$$u = u_{min} + (u_{max} - u_{min})\left(\frac{arctg\, v}{\pi} + 0{,}5\right) \tag{39}$$

Przekształcenia odwrotne będą następujące:

$$\begin{aligned} v = arcsin\left[\frac{2(u - u_{min})}{u_{max} - u_{min}} - 1\right] \\ v = tg\left\{\pi\left[\frac{(u - u_{min})}{u_{max} - u_{min}} - 0{,}5\right]\right\} \end{aligned} \tag{40}$$

Przesunięta funkcja kary $g_k(x)$ jest wprowadzana do wskaźnika jakości Q (33) i jest wyznaczana, dla zmiennych wartości a_{min}, a_{max}, x_{min} i x_{max}, z następującej zależności:

$$g_k(x) = \begin{cases} a_{min}[x_{min} - x_k]^2 & \forall x_k < x_{min} \\ 0 & \forall x_{min} \le x_k \le x_{max} \\ a_{max}[x_k - x_{max}]^2 & \forall x_k > x_{max} \end{cases} \tag{41}$$

Algorytm przesunięcia funkcji kary opiera się na następujących zasadach. Odpowiednia zmienna stanu x powinna spełniać podstawowy warunek $x_{min0} \le x \le x_{max0}$. Jeżeli przekroczenie granicy x_{min0} lub x_{max0} jest znaczne, zmieniano odpowiedni współczynnik a_{min} lub a_{max}. Jeżeli przekroczenie jest małe, to następuję przesunięcie odpowiednich pomocniczych granic x_{min0} lub x_{max0}.

Wskaźnik jakości Q (33) zawiera dwie składowe. Pierwsza składowa określa wymagania stawiane końcowym parametrom procesu walcowania, natomiast druga składowa określa warunki, które należy spełnić podczas poszczególnych przepustów. Warunki te wprowadzano poprzez funkcje kary. Ponieważ metoda drugiej wariacji wymaga wprowadzenie do operatora sumowania w (33) zależności od sterowania, należy określić odpowiedni warunku stawiane sterowaniom. Jako kryterium dla drugiego sterowania Δt, może być wybrany równy czas wszystkich przerw. Wówczas dla gniotów Δh można zastosować różne kryteria:

- równe gnioty Δh_k,
- równe gnioty względne $\Delta h_k / h_k$,
- równe siły walcowania F_k,
- momenty M_k (ponieważ siła walcowania F_k oraz moment M są funkcjami gniotu Δh_k)
- wypukłości względne c_k / h_k (wymagane z warunku płaskości dla ostatnich przepustów).

Część określająca wymagania co do stanu końcowego wprowadzi zadane wartości dla niektórych parametrów na końcu procesu walcowania. Takimi parametrami mogą być: grubość końcowa h_N, temperatura końca walcowania T_N, wielkość ziarna austenitu $D_{\gamma N}$, wielkość ziarna ferrytu D_a i inne. Ważność danego czynnika we wskaźniku jakości uwzględniano poprzez wprowadzenie odpowiedniego współczynnika wagi.

5.2. Przykłady obliczeń według algorytmu opartego o metodę drugiej wariacji

Ze względu na czas obliczeń zastosowanie metod statycznej optymalizacji do procesu walcowania może być uzasadnione tylko w przypadkach małej liczby sterowań. Na przykład dla walcowani ciągłej (Madej i in., 2001), kiedy liczba przepustów i wartości gniotów są narzucone i należy tylko dobrać temperaturę rozpoczęcia walcowania, czas wytrzymania miedzy grupami klatek i prędkość walcowania. W przypadku walcowni nawrotnej, kiedy należy dobrać gniot w każdym przepuście oraz czasy przerw, problem statycznej optymalizacji na tyle rozrasta się obliczeniowo, że optymalizacja dynamiczna jest znacznie skuteczniejsza.

Poniżej przedstawionę kilka przykładów obliczeń planu gniotu począwszy od najprostszych, dla których nie jest potrzebne tak skomplikowane narzędzie jak metody optymalizacji, kończąc na przykładach, których rozwiązanie jest najskuteczniejsze właśnie metodą drugiej wariacji w przestrzeni sterowań. Obliczenia przeprowadzono w oparciu o program według algorytmu opisanego w rozdziale 3.2.2.

5.2.1. Zadana temperatura końca walcowania

Pierwszym przykładem jest proces z równymi gniotami względnymi $\Delta h/h$ i równymi czasami przerw Δt oraz zadanymi temperaturami początku T_0 i końca T_k walcowania przy zadanej liczbie przepustów. Zagadnienie to w opracowanym algorytmie uwzględnia odpowiednie ograniczenia i jest opisane przez funkcjonał jakości, składowe którego zawierają:

- warunki końcowe:
  - temperatura końcowa T_N powinna być równa zadanej temperaturze T_z

$$Q_T = a_T (T_N - T_z)^2 \tag{42}$$

  - grubość końcowa h_N powinna być równa zadanej grubości h_z

$$Q_h = a_h (h_N - h_z)^2 \tag{43}$$

- oraz parametry bieżące określające:
  - równość czasów przerw Δt

$$Q_{\Delta t} = a_{\Delta t} \sum_{i=1}^{N-1} (\Delta t_i - \Delta t_k)^2 \tag{44}$$

  - równość odkształceń względnych $\frac{\Delta h}{h}$

$$Q_{\Delta h} = a_{\Delta h} \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{\Delta h_i}{h_i} - \frac{\Delta h_k}{h_k} \right)^2 \tag{45}$$

gdzie k oznacza dowolny numer przepustu, natomiast współczynniki a_T, a_h, $a_{\Delta h}$ i $a_{\Delta t}$ odgrywają ważną rolę wyznaczając wagę poszczególnych parametrów. Przy nie sprzecznych wymaganiach (jak w tym przykładzie) wagi te nie są bardzo istotne i wpływają tylko na prędkość zbieżności rozwiązania.

Początkowe warunki dla stali: temperatura T_0 = 1250°C, wymiary slaba b x h x l = 225x1200x3000 mm, wielkość ziarna austenitu D_γ = 100 μm. Zadane parametry: grubość h_z = 5 mm, temperatura końca walcowania T_z = 850°C, prędkość chłodzenia 4°C/s. W tablicy 6 przedstawiono wyniki obliczeń planu gniotów dla stali węglowo-manganowej natomiast w tablicy 7 dla stali z mikrododatkiem niobu. Postawione wymagania o równości czasów przerw i gniotów względnych spełniono (za wyjątkiem pierwszych przepustów, w których występuje ograniczenie wielkości gniotu Δh_{max} = 35 mm). Porównując te dwa plany gniotów, należy podkreślić, że różnice między nimi są bardzo małe z wyjątkiem istotnej różnicy w rozwoju mikrostruktury (w zmianie wielkości ziarna austenitu D_γ) i odpowiednio w wielkości ziarna ferrytu D_a. Końcowe wartości

Tablica 6. Wyniki obliczeń planu gniotów dla stali węglowo-manganowej bez optymalizacji mikrostruktury.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, µm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	225,0	1250,0	100,0	0	0,156	**35,0**	**5,590**	14481	1837,7	STA
1	190,0	1249,8	110,5	0	0,184	**35,0**	**5,590**	15786	1969,9	STA
2	155,0	1249,7	96,8	0	0,226	**35,0**	**5,590**	17676	2144,3	STA
3	120,0	1249,7	76,8	0	**0,287**	34,4	**5,589**	20413	2335,4	STA
4	85,6	1249,6	61,7	0	**0,298**	25,5	**5,589**	19130	1855,3	STA
5	60,0	1247,2	58,6	0	**0,298**	17,9	**5,588**	17235	1390,9	STA
6	42,1	1240,6	58,4	0	**0,297**	12,5	**5,586**	15574	1045,3	STA
7	29,6	1227,2	58,4	0	**0,299**	8,9	**5,585**	14330	802,4	STA
8	20,8	1202,8	57,1	0	**0,300**	6,2	**5,582**	13244	617,9	STA
9	14,5	1161,1	53,6	0	**0,299**	4,3	**5,578**	13731	532,9	STA
10	10,2	1093,4	46,5	0	**0,299**	3,0	**5,572**	15865	513,0	STA
11	7,1	990,0	35,1	0	**0,300**	2,1	**5,577**	21418	577,2	STA
12	**5,001**	**849,85**	20,9	0						

Tablica 7. Wyniki obliczeń planu gniotów dla stali z dodatkiem niobu bez optymalizacji mikrostruktury.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	225,0	1250,0	100,0	0	0,156	**35,0**	**5,641**	14481	1837,7	STA
1	190,0	1249,8	72,0	0	0,184	**35,0**	**5,641**	15786	1969,9	STA
2	155,0	1249,7	51,0	0	0,226	**35,0**	**5,640**	17676	2144,3	STA
3	120,0	1249,6	35,4	0	**0,285**	34,25	**5,639**	20334	2324,0	STA
4	85,7	1249,5	27,0	0	**0,297**	25,46	**5,638**	19041	1846,0	STA
5	60,3	1247,0	26,0	0	**0,299**	18,01	**5,636**	17282	1397,8	STA
6	42,3	1240,4	25,7	0	**0,299**	12,64	**5,634**	15697	1056,7	STA
7	29,6	1226,9	25,0	0	**0,298**	8,82	**5,630**	14282	799,4	STA
8	20,8	1202,5	23,6	0	**0,299**	6,20	**5,625**	13182	614,9	STA
9	14,6	1160,8	21,0	0	**0,299**	4,36	**5,616**	13756	534,8	STA
10	10,2	1093,3	17,4	0	**0,300**	3,06	**5,603**	15924	516,0	STA
11	7,2	990,1	13,9	0	**0,301**	2,15	**5,634**	21554	582,2	PRP
12	**5,001**	**849,76**	12,9	0,2						

wielkości ziarna austenitu i ferrytu wynoszą odpowiednio dla stali węglowo manganowej $D_\gamma = 20{,}9\,\mu m$, $D_a = 9{,}8\,\mu m$ oraz dla stali z mikrododatkiem niobu $D_\gamma = 12.9\,\mu m$ $D_a = 5{,}98\,\mu m$. W omowianych tablicach grubymi czcionkami pokazane są wartości uzyskane dla wielkości zadanych lub z nakładanymi ograniczeniami. Ich wartości podane są z większą dokładnością w celu przedstawienia błędu metody optymalizacji.

5.2.2. Zadana wielkość ziarna austenitu

Druga część wyników dotyczy planu gniotów, w którym wraz z równymi gniotami względnymi $\Delta h/h$ i równymi czasami przerw Δt oraz zadanymi temperaturami początku T_0 i końca Tk walcowania przy zadanej liczbie przepustów żąda się zadanej wielkości ziarna austenitu przed przemianą $D_{\gamma N}$:

$$Q_{D_\gamma} = a_{D_\gamma}\left(D_{\gamma N} - D_{\gamma z}\right)^2 \qquad (46)$$

Warunki początkowe dla projektowania gniotów są następujące: temperatura $T_0 = 1100°C$, wymiary slaba b x h x l = 225x1200x3000 mm, grubość początkowa $h_0 = 40$ mm wielkość ziarna austenitu $D_{\gamma z} = 80\,\mu m$, grubość końcowa blachy $h_z = 5$ mm. Temperaturę końca walcowania zadawano z bardzo małym współczynnikiem wagi a_{Tz}, co spowodowało prawie swobodną jej zmianę. Wymagane wielkości ziarna austenitu D_γ określono na 15 i 20 mm. W tablicach 8–11 przedstawiono plany gniotów dla stali węglowo-manganowej i stali z dodatkiem niobu. Dla stali węglowo-manganowej osiągnięcie wielkości ziarna $20\,\mu m$ jest dość łatwym zadaniem (tablica 9). W porównaniu z poprzednim zagadnieniem należało nieco zmniejszyć końcową temperaturę oraz zmienić rozkład gniotów, który odbiega nieco od stawianych wymagań, aczkolwiek udało się utrzymać na dobrym poziomie siły walcowania. Zmniejszenie zadanej wielkości ziarna do $15\,\mu m$ (tablica 8) wymaga obniżenia temperatury końca walcowania. W tym przypadku spełniono warunek równości gniotów względnych, co jednak w połączeniu ze zmniejszeniem temperatury doprowadziło do znacznego wzrostu sił walcowania w ostatnich przepustach. Lepszym zatem kryterium do planowania gniotów są parametry siłowe, a nie czysto geometryczne. Odpowiednio dla niższej temperatury uzyskano mniejsze wielkości ziarna ferrytu (8,3 μm w porównaniu z 9,6 μm).

Dla stali z dodatkiem niobu oba plany gniotów zostały zaprojektowane w ten sposób, że nastąpiło za-

Tablica 8. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali węglowo-manganowej z zadaną wielkością ziarna austenitu $D_g = 15\,\mu m$.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,291**	11,6	**6,746**	20354	1323,3	STA
1	28,3	1089,8	43,1	0	**0,291**	8,2	**6,750**	19273	1048,7	STA
2	20,1	1070,4	38,1	0	**0,291**	5,8	**6,754**	18949	863,3	STA
3	14,2	1036,8	35,4	0	**0,291**	4,1	**6,755**	19739	753,2	STA
4	10,1	982,2	30,9	0	**0,292**	2,9	**6,748**	22608	723,5	STA
5	7,2	899,6	23,9	0	**0,301**	2,2	**6,726**	30773	830,7	STA
6	**5,001**	792,1	**15,004**	0						

Tablica 9. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali węglowo-manganowej z zadaną wielkością ziarna austenitu $D_\gamma = 20\ \mu m$.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,00	80,0	0	**0,320**	12,8	**2,280**	22698	1507,0	STA
1	27,2	1097,96	35,4	0	**0,317**	8,6	**2,280**	20584	1117,2	STA
2	18,6	1087,43	32,1	0	**0,312**	5,8	**2,280**	19204	853,1	STA
3	12,8	1061,52	32,4	0	**0,299**	3,8	**2,280**	18355	665,9	STA
4	8,9	1010,58	30,6	0	**0,275**	2,4	**2,281**	18451	546,6	STA
5	6,5	927,7	25,6	0	**0,229**	1,5	**2,281**	18986	452,6	STA
6	**5,000**	824,6	**19,993**	0						

trzymanie rekrystalizacji przez wydzielenia węglikoazotków, dlatego końcowa wielkość ziarna austenitu została osiągnięta w poprzedzających przepustach. Zatrzymanie rekrystalizacji spowodowane było niższymi temperaturami zarówno rozpoczęcia, jak i końca walcowania. Osiągnięcie wielkości ziarna zarówno 15 μm (tablica 10), jak i 20 μm (tablica 11) w niższych temperaturach prowadzi do wzrostu siły walcowania. Odpowiednio dla mniejszego ziarna austenitu uzyskano mniejsze ziarno ferrytu (4,9 μm w porównaniu z 5,3 μm).

5.2.3. Zadana wielkość ziarna ferrytu

Kolejny zestaw wyników uzyskano dla planu gniotów, w którym wymaganie zadanej wielkości ziarna austenitu przed przemianą $D_{\gamma N}$ zastąpiono wymaganiem zadanej wielkości ziarna ferrytu $D_{\alpha N}$:

$$Q_{D\alpha} = a_{D\alpha}\left(D_{\alpha N} - D_{\alpha z}\right)^2 \tag{47}$$

Początkowe warunki dla projektowania gniotów są takie same jak poprzednio: temperatura $T_0 = 1100$°C, wymiary slaba b x h x l = 225x1200x3000 mm, grubość początkowa $h_0 = 40$ mm wielkość ziarna austenitu $D_\gamma = 80\ \mu$m, grubość końcowa blachy $h_z = 5$ mm. Wielkości ziarna ferrytu Da zadawano w zależności od gatunku stali. W tablicach 12–14 przedstawiono plany gniotów dla stali węglowo-manganowej o zadanej wielkości ziarna ferrytu odpowiednio 7,5 i 8,0 μm. Wielkości ziarna ferrytu dla stali węglowo-manganowej mniejsze od 7,5 lub większe od 10,0 μm są bardzo trudne do uzyskania.

W tablicach 15 i 16 przedstawiono plany gniotów

Tablica 10. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali z dodatkiem niobu z zadaną wielkością ziarna austenitu $D_\gamma = 15\ \mu m$.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,295**	11,8	**7,697**	20654	1347,0	STA
1	28,2	1088,1	38,1	0	**0,291**	8,2	**7,691**	19315	1047,7	STA
2	20,0	1066,5	23,5	0	**0,282**	5,6	**7,699**	18429	830,8	STA
3	14,4	1030,6	17,6	0	**0,270**	3,9	**7,621**	18423	692,8	PRP
4	10,5	976,3	15,0	0,016	**0,306**	3,2	**7,561**	24724	815,3	NRE
5	7,3	894,7	15,0	0,381	**0,313**	2,3	**7,586**	33242	913,4	NRE
6	**5,000**	786,7	**14,992**	0,757						

Tablica 11. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali z dodatkiem niobu z zadaną wielkością ziarna austenitu $D_\gamma = 20\ \mu m$.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,311**	12,4	**6,423**	21963	1449,8	STA
1	27,5	1090,5	36,5	0	**0,283**	7,8	**6,462**	18487	984,4	STA
2	19,7	1070,8	23,4	0	**0,224**	4,4	**6,509**	13873	580,9	STA
3	15,3	1039,5	20,8	0	**0,217**	3,3	**6,379**	13981	508,4	PRP
4	12,0	996,9	20,0	0,072	**0,353**	4,2	**6,236**	28282	1024,9	NRE
5	7,8	925,3	20,0	0,477	**0,356**	2,8	**6,353**	35157	1019,9	NRE
6	**5,001**	809,5	**19,971**	0,883						

Tablica 12. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali węglowo-manganowej z zadaną wielkością ziarna ferrytu D_a = 7,5 μm (uzyskano 7.502).

Nr	Grubość *h*, mm	Temperatura *T*, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania *F*, kN	Moment walcowania *M*, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,284**	11,3	**11,30**	19746	1275,2	STA
1	28,7	1082,0	48,2	0	**0,283**	8,1	**11,32**	19182	1042,4	STA
2	20,5	1053,5	42,0	0	**0,282**	5,8	**11,35**	19448	889,6	STA
3	14,7	1010,2	36,9	0	**0,282**	4,2	**11,35**	21056	811,8	STA
4	10,6	947,5	30,2	0	**0,291**	3,1	**11,37**	25944	849,6	STA
5	7,5	862,3	21,1	0	**0,333**	2,5	**11,14**	35801	1010,4	STA
6	**5,001**	757,1	11,9	0						

Tablica 13. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali węglowo-manganowej z zadaną wielkością ziarna ferrytu D_a = 8,0 μm (uzyskano 8.002).

Nr	Grubość *h*, mm	Temperatura *T*, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania *F*, kN	Moment walcowania *M*, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,286**	11,4	**8,281**	19949	1291,3	STA
1	28,6	1087,1	45,1	0	**0,286**	8,2	**8,308**	19077	1037,4	STA
2	20,4	1064,7	39,7	0	**0,286**	5,8	**8,352**	18950	865,8	STA
3	14,6	1028,1	36,2	0	**0,285**	4,1	**8,368**	19898	763,8	STA
4	10,4	971,3	31,0	0	**0,288**	3,0	**8,423**	23312	755,7	STA
5	7,4	889,1	23,5	0	**0,325**	2,4	**8,201**	35939	1004,0	STA
6	**5,001**	781,9	13,8	0						

Tablica 14. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali węglowo-manganowej z zadaną wielkością ziarna ferrytu D_a = 9,0 μm (uzyskano 8.999).

Nr	Grubość *h*, mm	Temperatura *T*, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania *F*, kN	Moment walcowania *M*, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,293**	11,7	**3,770**	20511	1335,7	STA
1	28,3	1095,0	39,3	0	**0,293**	8,3	**3,766**	19105	1040,0	STA
2	20,0	1082,2	34,8	0	**0,294**	5,9	**3,759**	18391	837,0	STA
3	14,1	1056,5	33,8	0	**0,294**	4,1	**3,753**	18645	709,6	STA
4	10,0	1009,8	31,3	0	**0,294**	2,9	**3,760**	20532	653,4	STA
5	7,0	932,2	25,6	0	**0,289**	2,0	**3,770**	25490	676,3	STA
6	**5,001**	823,1	17,6	0						

Tablica 15. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali z dodatkiem niobu z zadaną wielkością ziarna ferrytu D_a = 5,0 μm (uzyskano 5.001).

Nr	Grubość *h*, mm	Temperatura *T*, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania *F*, kN	Moment walcowania *M*, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,289**	11,6	**7,012**	20158	1307,8	STA
1	28,4	1089,4	38,8	0	**0,290**	8,3	**7,020**	19252	1048,8	STA
2	20,2	1069,5	23,8	0	**0,293**	5,9	**7,030**	19170	876,7	STA
3	14,3	1035,4	17,3	0	**0,298**	4,2	**7,042**	20436	784,9	STA
4	10,0	979,4	13,8	0	**0,288**	2,9	**6,894**	22455	713,7	PRP
5	7,1	896,4	13,1	0,210	**0,299**	2,1	**6,952**	30940	833,1	NRE
6	**5,001**	789,4	13,1	0,565						

Tablica 16. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali z dodatkiem niobu z zadaną wielkością ziarna ferrytu D_a = 6,0 μm (uzyskano 5,997).

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1100,0	80,0	0	**0,272**	10,88	**1,0**	18853	1204,3	STA
1	29,1	1099,5	40,6	0	**0,274**	7,978	**1,0**	17517	951,6	STA
2	21,1	1093,8	25,7	0	**0,278**	5,870	**1,0**	16777	775,5	STA
3	15,3	1079,1	19,0	0	**0,285**	4,352	**1,0**	16920	665,8	STA
4	10,9	1048,0	15,5	0	**0,300**	3,276	**1,0**	18770	629,1	STA
5	7,6	988,0	12,8	0	**0,345**	2,637	**1,0**	26401	756,4	PRP
6	**5,001**	874,5	10,8	0,099						

dla stali z dodatkiem niobu o zadanej wielkości ziarna ferrytu odpowiednio 5,0 i 6,0 μm. Wielkości ziarna ferrytu dla stali z dodatkiem niobu mniejsze od 4,5 lub większe od 7,5 μm są bardzo trudne do uzyskania.

5.2.4. Zadana wielkość ziarna austenitu i ferrytu

Poniżej przedstawiono wyniki dla jednego z najbardziej złożonych przypadków, kiedy dla stali z dodatkiem niobu zadawano wielkość ziarna zarówno austenitu (14 μm), jak i ferrytu (5,0 i 6,0 μm). Taki wariant jest również możliwy. W tablicach 17 i 18 pokazano wyniki obliczeń planu gniotów dla obu przypadków. Ten sam wynik można uzyskać zastępując jedną z wielkości ziarna wartością odkształcenia resztkowego zakumulowanego przed przemianą fazową.

5.2.5. Zadana wielkość ziarna austenitu i odkształcenia resztkowego (kształt ziaren)

Jako ostatni przykład przedstawiono wyniki dla przypadku, kiedy dla stali austenitycznej 304L zadawano wielkość ziarna austenitu i odkształcenie resztkowe po ostatnim przepuście ε_{rN}, które w takim przypadku powinno być równe zadanej wartości ε_{rz}.

$$Q_\varepsilon = a_\varepsilon(\varepsilon_{rN} - \varepsilon_{rz})^2 \qquad (48)$$

W tablicach 19–21 przedstawiono plany gniotów dla stali austenitycznej z zerowym odkształceniem resztkowym. Oznacza to, że następuje rekrystalizacja statyczna po ostatnim przepuście, a więc kształt zieren jest zbliżony do równoosiowego. Zestaw warunków,

Tablica 17. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali z dodatkiem niobu z zadaną wielkością ziarna austenitu D_a = 14,0 μm i ferrytu D_a = 5,0 μm (uzyskano 5,031).

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,296**	11,8	**8,601**	17728	1157,0	STA
1	28,2	1133,5	38,0	0	**0,294**	8,3	**9,622**	16937	920,5	STA
2	19,9	1103,2	23,6	0	**0,289**	5,8	**8,977**	16870	763,3	STA
3	14,1	1058,2	17,6	0	**0,296**	4,2	**9,443**	18712	713,8	STA
4	9,9	988,0	14,1	0	**0,246**	2,4	**8,084**	17759	538,2	PRP
5	7,5	902,7	14,0	0,213	**0,334**	2,5	**8,538**	35148	992,2	NRE
6	**4,998**	788,3	**13,993**	0,618						

Tablica 18. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla stali z dodatkiem niobu z zadaną wielkością ziarna austenitu D_a = 14,0 μm i ziarna ferrytu D_a = 6,0 μm (uzyskano 5,986).

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,339**	13,6	**2,329**	20724	1390,0	STA
1	26,4	1145,6	34,5	0	**0,339**	9,0	**2,036**	19098	1034,3	STA
2	17,5	1131,3	20,6	0	**0,340**	5,9	**1,845**	18322	801,2	STA
3	11,5	1097,0	16,3	0	**0,239**	2,8	**1,786**	12134	393,6	STA
4	8,8	1039,4	15,9	0	**0,269**	2,4	**2,262**	16164	471,6	PRP
5	6,4	948,1	14,0	0,016	**0,220**	1,4	**2,456**	16639	389,6	NRE
6	**5,003**	836,6	**14,004**	0,265						

Tablica 19. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla zadanej wielkości ziarna austenitu D_γ = 12 μm, odkształcenie resztkowe ε_r = 0.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,266**	10,6	**7,889**	15729	998,6	STA
1	29,4	1135,0	41,4	0	**0,270**	7,9	**7,902**	15449	839,7	STA
2	21,4	1111,2	26,4	0	**0,277**	5,9	**7,905**	15888	739,1	STA
3	15,5	1074,2	19,5	0	**0,292**	4,5	**7,888**	17739	706,9	STA
4	11,0	1017,0	15,3	0	**0,316**	3,5	**7,894**	22360	759,2	STA
6	**7,501**	928,1	**12,005**	0						

Tablica 20. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla zadanej wielkości ziarna austenitu D_γ = 15 μm.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kNm	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,299**	11,9	**1,205**	17905	1171	STA
1	28,1	1147,8	37,7	0	**0,301**	8,4	**1,599**	16615	905,9	STA
2	19,6	1137,4	23,1	0	**0,295**	5,8	**1,666**	15483	699,3	STA
3	13,8	1113,3	18,0	0	**0,280**	3,9	**1,964**	14533	541,2	STA
4	9,9	1066,6	15,8	0	**0,246**	2,4	**1,553**	13490	409,2	STA
6	**7,500**	996,2	**14,978**	0						

Tablica 21. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla zadanej wielkości ziarna austenitu D_γ = 18 μm.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kN m	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,323**	12,9	**1,0**	19593	1303	STA
1	27,1	1148,5	35,4	0	**0,321**	8,7	**1,0**	17816	967,4	STA
2	18,4	1138,5	21,3	0	**0,316**	5,8	**1,0**	16552	733,5	STA
3	12,6	1112,2	17,1	0	**0,267**	3,4	**1,0**	13476	471,7	STA
4	9,2	1062,4	15,6	0	**0,185**	1,7	**1,0**	9575	253,8	STA
6	**7,497**	993,8	**17,990**	0,021						

Tablica 22. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla zadanej wielkości ziarna austenitu D_γ = 12 μm.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kN m	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,264**	10,6	**17,09**	15600	988,3	STA
1	29,4	1118,5	41,4	0	**0,289**	8,5	**16,57**	17574	973,2	STA
2	20,9	1075,6	25,2	0	**0,330**	6,9	**15,64**	21959	1049,2	STA
3	14,0	1014,6	16,3	0	**0,346**	4,8	**18,74**	26562	1039,8	PRP
4	9,2	911,3	12,1	0,020	**0,182**	1,7	**17,89**	16461	432,3	NRE
6	**7,497**	812,6	**11,971**	0,201						

wymaganych dla tego przypadku, nie pozwala osiągnąć pełnego ich spełnienia. Dlatego wagi niektórych wielkości zadawano małe, co powodowało prawie swobodną ich zmianę. W wyniku tego można zauważyć duże różnice temperatury końca walcowania, oraz gniotów dla różnych zadanych wielkości ziarna austenitu. Dla osiągnięcia wielkości ziarna austenitu 12 μm należy zmniejszyć temperaturę końca walcowania i zwiększyć gnioty w ostatnich przepustach, co z kolei powoduje duży wzrost siły walcowania. Może to negatywnie odbić się na kształcie blachy powodując jej pofalowanie. Natomiast dla większych wymaganych wielkości ziaren austenitu uzyskano prawidłowe plany gniotów z odpowiednim spadkien gniotów i sił walcowania w ostatnich

przepustach. Porównując plany gniotów dla wielkości ziarna 15 i 18 μm należy podkreślić, że temperatura końca walcowania w obydwu przypadkach jest prawie taka sama, a różnicę w wielkości ziarna osiągnięto wyłącznie poprezez dobór gniotów i przerw między przepustami.

Kolejny zestaw wyników służy jedynie do zaprezentowania możliwości opracowanej metody, chociaż nie ma większego praktycznego zastosowania. W przykładach przedstawionych w tablicach 23–24 początkowe warunki są takie same jak poprzednio. Jedyna różnica polega na wymaganiu niezerowego odkształcenia resztkowego. To powoduje wydłużony kształt ziaren oraz anizotropię gotowego wyrobu. Odkształcenie resztkowe zadawano dla wielkości ziarna austenitu D_γ 12, 15 i 18 μm wynoszą odpowiednio 0,2, 0,5 i 0,5. Wymaganie niezerowego odkształcenia resztkowego spowodowało zmniejszenie temperatury końca walcowania z 930–1000°C do 800–840°C, ponieważ temperatura końca walcowania powinna być poniżej temperatury zatrzymania rekrystalizacji. Ostatnie przepusty powinny być prowadzone z cząstkowym lub pełnym zatrzymaniem rekrystalizacji. Wraz ze spadkiem temperatury wzrasta siła walcowania, szczególnie w ostatnich przepustach, co może negatywnie odbić się na płaskości blachy.

Porównując wyniki projektowania można zauważyć, że uzyskanie drobniejszego ziarna jest zadaniem, wymagającym nizszych temperatur. Również uzyskanie większego odkształcenia resztkowego wymaga obniżenia temperatury końca walcowania. Dlatego uzyskanie wielkości ziarna 12 μm z odkształceniem resztkowym 0,5 okazało się nie możliwym w analizowanych warunkach technologicznych.

6. PODSUMOWANIE

Przedstawiona metoda projektowania planu gniotów, zbudowana w oparciu o metodę drugiej wariacji, wykazała dużą skuteczność w zastosowaniu do rozwiązywania skomplikowanych zadań, jakie są stawiane systemom planowania gniotów. Zaproponowany model projektowania planu gniotów pozwala na uzyskanie optymalnych parametrów procesu walcowania, a mianowicie gniotów i czasów przerw między przepustami, w celu uzyskania wymaganych wielkości ziarna austenitu lub ferrytu, oraz spełnienie dodatkowych ograniczeń nakładanych na proces walcowania. W konsekwencji możliwe jest uzyskanie wymaganych własności mechanicznych wyrobów gotowych. Zastosowanie teorii sterowania optymalnego może zmniejszyć nakłady na opracowanie technologicznych schematów dla nowych gatunków stali o wysokich wymaganiach dotyczących ich własności.

Przeprowadzone w pracy obliczenia i analiza wyników pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- Opracowane przez Autora nowe techniki stwarzają możliwość modelowania i optymalizacji procesu walcowania wyrobów płaskich poprzez wykorzystanie metod teorii sterowania optymalnego.
- W zagadnieniach optymalizacji procesu walcowa-

Tablica 23. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla zadanej wielkości ziarna austenitu D_γ = 15 μm, odkształcenie resztkowe ε_r = 0,5.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kN m	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,263**	10,5	**20,09**	15531	982,9	STA
1	29,5	1113,3	41,7	0	**0,303**	8,9	**20,20**	18880	1057,8	STA
2	20,6	1062,1	24,3	0	**0,333**	6,8	**20,28**	23133	1096,6	STA
3	13,7	988,1	15,7	0	**0,275**	3,8	**19,65**	21754	802,2	PRP
4	9,9	896,7	15,03	0,218	**0,245**	2,4	**19,77**	25439	770,4	NRE
6	**7,500**	800,9	**15,030**	0,499						

Tablica 24. Wyniki obliczeń optymalnego planu gniotów dla zadanej wielkości ziarna austenitu D_γ = 18 μm.

Nr	Grubość h, mm	Temperatura T, °C	Wielkość ziarna austenitu D_γ, μm	Odkształcenie resztkowe ε_r	Gniot względny $\Delta h/h$	Gniot Δh, mm	Czas przerwy Δt, s	Siła walcowania F, kN	Moment walcowania M, kN m	Typ Rx
0	40,0	1150,0	80,0	0	**0,325**	13,0	**15,55**	19727	1313,4	STA
1	27,0	1119,5	35,3	0	**0,297**	8,0	**15,53**	17694	943,1	STA
2	19,0	1073,5	22,2	0	**0,216**	4,1	**15,52**	13089	531,1	STA
3	14,9	1014,2	20,6	0	**0,284**	4,2	**15,71**	20919	811,4	PRP
4	10,7	937,1	17,99	0,149	**0,296**	3,2	**15,69**	27708	914,8	NRE
6	**7,501**	840,7	**17,991**	0,500						

nia ze złożonymi wymaganiami co do jakości wyrobów metody teorii sterowania optymalnego okazują się bardziej efektywne niż metody optymalizacji statycznej.

- Opracowany algorytmu doboru planu gniotów pozwala dobierać gnioty podczas walcowana wyrobów płaskich oraz na bieżąco (on-line) wprowadzać poprawki do planu gniotów.

LITERATURA

Andrade, H.L., Roldan, A.J., Pereira, J.E.A., Hauck, G.A.C., 1987, A Mathematical Model for Rolling Schedule Design and Computer Control of the USIMINAS 4100 mm Plate Mill, *Proc. 4th Int. Steel Rolling Conf.*, Deauville, 1, C.7.1-C.7.7.

Arkhangelskijj, V.I., Tvardovskijj, V.P., 1976, Strategija upravlenija rezhymom obzhatijj na tolstolistovom stane, *Avtomatizacija prokatnykh stanov*, ed. Timofeev B.B. i Arkhangel´skijj V.I. Moskva, *Metallurgija*, 47-54.

Barraclough, D.R., Sellars, C.M., 1979, Static recrystallization and restoration after hot deformation of Type 304 stainless steel, *Metal Science*, 257-267.

Beynon, J.H., Sellars, C.M., 1992, Modelling Microstructure and Its Effects during Multipass Hot Rolling, *ISIJ Int.*, 32, 359-367.

Bittanti, S., Laub, A.J., Willems, J.C., 1991, *The Riccati Equation*, Springer, Berlin.

Chaboud, M., Cunche, G., Fazan, B., 1987, A New System for Normalizing of Custom Size Plates, *Mat. 4 Int. Steel Rolling Conf.*, Deauville, 1, C.10.1-C.10.6.

Dutta, B., Sellars, C.M., 1987, Effect of Composition and Process Variables on Nb(C,N) Precipitation in Niobium Microalloyed Austenite, *Mat. Sci. Techn.*, 3, 197-206.

Feng, J.P., Luo, Z.J., 2000, A Method for the Optimal Control of Forging Process Variables Using the Finite Element Method and Control Theory, *Mater. Proc. Technol.*, 108, 40-44.

Filipczyk, W., Żurakowski, J., Michalski, T., Sułczewski, J., Ptak, D., 1981, Opracowanie metody i środków sterowania profilem i kształtem blachy walcowanej w Walcowni Blach Grubych Huty im. Bieruta, *Praca Postępu Technicznego*, BPPH Biprohut, Gliwice.

Findeisen, W., Szymanowski, J., Wierzbicki, A., 1980, *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*, PWN, Warszawa.

Fletcher, R., Reeves, C., 1964, Function Minimisation by Conjugate Gradient Method, *British Computer J.*, 7, 149-154.

Fletcher, R., 1980, *Practical Methods of Optimization*, Wiley, Chichester.

Frazier, W.G., Malas, J.C., Menina, E.A., Medeiros, S., Venugopal, S., Mullins, W.M., Chaudhary, A., Irwin, R.D., 1998, Application of Control Theory Principle to Optimization of Grain Size during Hot Extrusion, *Mater. Sci. Technol.*, 14, 25-32.

Hodgson, P.D., 1993, Models of Recrystallization Behaviour of C-Mn and Nb Microalloyed Steels, *Mat. Forum*, 17, 403-410.

Hodgson, P.D., Gibbs, R.K., 1992, A Mathematical Model to Predict the Mechanical Properties of Hot Rolled C-Mn and Microalloyed Steels, *ISIJ Int.*, 32, 1329-1338.

Keller, H.B., 1968, *Numerical Methods for Two-Point Boundary-Value Problems*, Blaisdell, Waltham, MA.

Kręglewski, T., Rogowski, T., Ruszczyński, A., Szymanowski, J., 1984, *Metody optymalizacji w języku FORTRAN*, PWN, Warszawa.

Lu, C., Wang, J.S., Zhao, Q.L., Liu, X.H., Wang, G.D., 2000, Research on Optimizing Pass Schedule of Tandem Cold Mill, *Mat. Konf. Mathematical Modelling in Metal Processing and Manufacturing – COM 2000*, ed., Martin, P., MacEwen, S., Verreman, Y., Lui, W., Goldak, J., Ottawa, CD-ROM.

Madej, W., Svietlichnyj, D., Pietrzyk, M., 2001, Numerical Modelling and Control of Grain Size during the Steel Strip Rolling, *Mat. Konf Steel Strip 2001*, ed., Bořuta, J., Kiša, M., Kovář, J., Kuře, F., Pastrňak, Z., Řeřicha, L., Zela, L., Ostrawa, 335-343.

Majta, J., 2000, Complete Model for Niobium-Microalloyed Steels Deformed under Hot Working Conditions, *Rozprawy, Monografie*, AGH, Kraków.

Malas, J.C., Frazier, W.G., Venugopal, S., Medina, E.A., Medeiros, S., Srinivasan, R., Irwin, R.D., Mullins, W.M., Chaudhary, A., 1997, Optimization of Microstructure Development during Hot Working Using Control Theory, *Metall. Material. Trans. A*, 28A, 1921-1930.

Pietrzyk, M., Głowacki, M., 1983, Metoda doboru optymalnych parametrów walcowania na zimno w walcarkach nawrotnych, *Problemy projektowe*, 1, 22-26.

Pietrzyk, M., Kusiak, J., 1978, Nowa metoda projektowania technologii walcowania na zimno w walcarkach nawrotnych, *Hutnik*, 45, 240-243.

Pietrzyk, M., Kusiak, J., Glowacki, M., 1990, Some Aspets of Development of Models for Automatic Control of Rolling Mills, *Steel Res.*, 61, 359-364.

Polak, E., 1971, Computational Methods in Optimization. New York, Academic Press.

Pontryagin, L.S., Boltjanskijj, V.G.,. Gamkrelidze, R.V, Mishhenko, E.F., 1961, *Matematicheskaja teorija optimal´nykh processov*, Fizmatgiz, Moskva.

Roberts, W., Sandberg, A., Siwecki, T., Werfors, T., 1984, Prediction of Microstructure Development during Recrystallization Hot Rolling of Ti-V Steels, *Mat. Konf. Technology and Application of HSLA Steels, ASM*, ed., Korchynsky, M., ASM, Metals Park, OH, 67-84.

Sellars, C.M., 1990, Modelling Microstructural Development During Hot Rolling, *Mat. Sci. Techn.*, 6, 1072-1081.

Sellars, C.M., Whiteman, J.A., 1979, Recrystalization and Grain Growth in Hot Rolling, *Metals Science*, 13, 187-194.

Sinnot, J.F., Luenberger, D.G., 1967, Solution of Optimal Control Problems by the Method of Conjugate gradients, *Proc. J.A.C.C.*

Sołek, K., Głut, B., 2000, Zastosowanie technik optymalizacji do projektowania planu gniotów dla walcowani ciągłej blach na gorąco, *Mat. 7 Konf. KomPlasTech'2000*, ed. Kusiak, J, Pietrzyk, M., Grosman, F., Piela, A., Krynica-Czarny Potok, 171-176.

Stoer, J., Bulirsch, R., 1980, *Introduction to Numerical Analysis*, Springer-Verlag, New York.

Svietlichnyj, D., Gierulski, B., Dziki, R., Kusiak, H., Głowacki, M., 2002a, Modelowanie rozwoju mikrostruktury i własności mechanicznych podczas walcowania stali z mikrododatkami w Hucie im. Sendzimira, *Mat. Konf. KomPlasTech 2002*, ed., Pietrzyk, M., Kusiak, J., Grosman, F., Piela, A., Szczawnica, 141-150.

Svietlichnyj, D., Nowak, J., Madej, W., Kuziak, R., 2000, Opracowanie i weryfikacja modeli opisujących właściwości stali 304L podczas walcowania na gorąco, *Mat. Konf. KomPlasTech'2000*, ed., Kusiak, J, Pietrzyk, M., Grosman, F., Piela, A., Krynica-Czarny Potok, 109-116.

Svietlichnyj, D., Pietrzyk, M., 2001, Model razrabotki rezhyma obzhatijj tolstolistovogo stana, prisposoblennaja k rabote v sisteme real´nogo vremeni, *Metallurgicheskaja i gornorudnaja promyshlennost*, 1, 40-45.

Svietlichnyj, D., Pietrzyk, M., Mitkowski, W., 2002b, Optimization of hot working parameters assuring desired microstructure using control theory, *Mat. Int. Conf. on Thermomechanical Processing: Mechanics, Microstructure & Control, 23-26*

June The University of Sheffild, England, ed., Palmiere, E.J., Mahfouf, M., Pinna, C., 453-460.
Svietlichnyj, D., Urbanowicz, Z., Pietrzyk, M., 1998, Propozycja modelu projektowania schematu gniotów w walcowni blach grubych na gorąco, przystosowanego do pracy w systemie on-line, *Mat. Konf. KomPlasTech'98*, ed., Pietrzyk, M., Kusiak, J., Piela, A., Bukowina Tatrzańska, 209-218.
Svietlichnyj, D., 2002, Zastosowanie metod teorii sterowania do wyznaczania parametrów odkształcenia pozwalających na otrzymanie zadanej mikrostruktury, *Półrocznik Automatyka*, 6, 1, Wyd. AGH, Kraków, 43-58.
Tsukahara, H., Chaze, A.M., Chastel, Y., Noyes, J.L., Hollard, S., 1997, Microstructural Evolution of an Austenitic Stainless Steel during a Complex Hot Forging Sequence, *Mat. Konf. Thermec'97*, ed. T. Chandra, T. Sakai, 603-609
Venugopal S., Medina, E.A., Malas, J.C., Medeiros, S., Frazier, W.G., Mullins, W.M., Srinivasan, R., 1997, Optimization of Microstructure during Deformation Processing Using Control Theory Principles, *Script. Material.*, 36, 3, 347-353.
Viera, A.A., Santos, D.B., 1990, Static Recrystallization after Hot Rolling of Austenitic stainless Steels, *Mat. Konf. Recrystallization'90*, ed. T. Chandra, 351-356.
Yada, H., 1988, Prediction of Microstructural Changes and Mechanical Properties in Hot Strip Rolling, Accelerated Cooling of Rolled Steel, ed., Ruddle, G.E., Crawley, A.F., Winnipeg, Pergamon Press, 105-119.

Artykuł otrzymano 6 listopada 2003 r.