

METODOLOGIA ROZWIĄZYWANIA POWIĄZANYCH PROBLEMÓW MODELOWANIA, IDENTYFIKACJI I WIELOKRYTERIALNEJ OPTYMALIZACJI W ZARZĄDZANIU JAKOŚCIĄ PROCESÓW METALURGICZNYCH

LUDMIŁA DYMOWA, PAWEŁ SEWASTJANOW

METODOLOGY OF SOLUTION OF JOINT PROBLEMS OF MODELLING, IDENTIFICATION AND MULTI-CRITERION OPTIMIZATION IN QUALITY CONTROL FOR METALLURGICAL PROCESSES

Abstract

The related simulation, identification and optimization problems in technological development and product quality control in the metallurgical mini-plant are considered.

It is shown that the success in decision of such problems is highly dependent on the chosen method for aggregating local quality criteria to the generalized one. Mathematical tools of fuzzy sets theory were used to describe the local criteria. The two stage approach is used to obtain the regression form models suitable for their using in solving multi-objective optimization problems in fuzzy setting. To illustrate the effectiveness of proposed approach, two examples of successful solved interconnect simulation and optimization problems in the real metallurgical mini-plant are presented.

1. WROWADZENIE

Nowoczesna metalurgia jest rozwijana z tendencjami uruchamiania mini-hut. W październiku 1984 r. uruchomiona została na Białorusi mini-huta (BMZ) w Żłobinie, zbudowana przez firmę „First-Alpine” (Austria).

Wkrótce po uruchomieniu huty powstały problemy związane z gwałtownym wzrostem różnych gatunków stali, oraz inną od przewidywanej strukturą złomu (nie było w nim, na przykład aluminiowych puszek po piwie) itp. Kierownictwo huty postawiło sobie zadanie osiągnięcia światowego poziomu jakości produkcji przy dopuszczalnych stratach. W tych i podobnych warunkach problem zarządzania jakością

staje się zagadnieniem optymalizacji wielokryterialnej. Wysoki poziom automatyzacji umożliwił rozwiązanie tych i mnóstwo innych problemów jako zagadnień optymalizacji procesów technologicznych z uwzględnieniem całości kryteriów i ograniczeń przy zapewnieniu reżimów optymalnych za pomocą lokalnych i globalnych systemów sterowania.

W artykule zostały przedstawione uogólnione wyniki badań naukowych w tej hucie w zakresie problemów zarządzania jakością.

Przy formułowaniu zagadnień optymalizacji powstały problemy, związane z niepewnością i wielokryterialnością.

Pierwsza grupa problemów dotyczy optymalizacji. Wchodzi w nią między innymi:

- Różne typy i jednostki parametrów jakości, tzn. niezbędność jednoczesnego rozpatrywania, np. wymiarów blachy i temperatury jej powierzchni.
- Jednoczesne istnienie parametrów ilościowych i jakościowych.
- Nierównoważność kryteriów lokalnych, używanych w kryterium globalnym.
- Wieloekstremalność kryterium globalnego.
- Antagonistyczność kryteriów lokalnych, tzn. ulepszenie jakiegoś kryterium lokalnego powoduje automatycznie pogorszenie innego.

Druga grupa problemów związana jest z otrzymaniem adekwatnych modeli matematycznych przydatnych do używania ich w optymalizacji. Modele takie mogą być zbudowane bezpośrednio za pomocą analizy statystycznej danych eksperymentu. W większości przypadków podobne modele składają się z liniowych oraz nieliniowych równań regresyjnych wielu zmiennych. W tych przypadkach, gdy otrzymanie wystarczającej liczby danych eksperymentalnych nie jest możliwe, wykorzystywano modele fenomenologiczne cieplnych i deformacyjnych procesów na podstawie znanych zasad fizyki, chemii i mechaniki. Dla zapewnienia wystarczającej dokładności podobnych modeli niezbędna jest ich identyfikacja parametryczna, tzn. poszukiwanie niewiadomych wartości parametrów modeli, które zapewniłyby minimalne z możliwych odchylenia danych wyliczonych od eksperymentalnych. Warto zauważyć, że pod względem matematycznym zagadnienia identyfikacji są praktycznie ekwiwalentne zagadnieniom optymalizacji. Ponieważ bezpośrednio wykorzystywanie modeli takiego rodzaju w celach optymalizacji nie jest efektywne ze względu na niedopuszczalne straty czasu pracy komputera, po identyfikacji modele wykorzystywano w eksperymentach numerycznych w celu otrzymania zależności regresyjnych, łączących zmienne zależne (parametry jakości) ze zmiennymi niezależnymi (parametry sterujące). W eksperymentach numerycznych nie jesteśmy ograniczeni możliwościami narzędzi pomiarowych oraz kosztami organizacji i prowadzenia eksperymentów w pracującym zakładzie, bez poważnych problemów można otrzymać zależności regresyjne dowolnej potrzebnej dokładności w stosunku do pierwotnych modeli fenomenologicznych.

Nasze doświadczenie wskazuje na to, że sukces rozwiązywania problemu jakości zdecydowanie zależy od sposobu formalizowania kryterium globalnego jakości w warunkach wyżej wymienionych trudności. Dlatego w pierwszym rzędzie rozpatrzmy niektóre najważniejsze dla praktyki problemy formalizacji zagadnienia optymalizacji, po czym zilustrujemy efektywność opracowanej metodyki na dwóch konkretnych przykładach: optymalizacji procesu obróbki

cieplnej drutu zbrojeniewego po walcowaniu i optymalizacji procesu nagrzewania stali w piecu przejściowym.

2. PROBLEMY FORMUŁOWANIA GLOBALNEGO KRYTERIUM JAKOŚCI PROCESU

Charakterystyczną cechą większości rzeczywistych procesów jest ciągłość zmiany parametrów, określających kryterium optymalizacji. W takich warunkach przestrzeń alternatyw jest w zasadzie nieskończona, i zadania takie zwykle rozpatruje się za pomocą formułowania w ten lub inny sposób pewnych agregacji kryteriów lokalnych oraz ograniczeń w kryterium globalne, którego ekstremum dostarcza poszukiwane optimum. Wiadomo, że procedura agregacji nie może być do końca sformalizowana i zawsze zależy od specyfiki zadania, celów, doświadczenia i intuicji. To nasuwa wniosek, że jednym z ważniejszych problemów jest właśnie sformułowanie globalnego kryterium jakości zarówno dla równoważnych jak i nierównoważnych kryteriów lokalnych oraz ograniczeń. Obecnie często stosuje się opracowane już metody, pozwalające agregować kryteria lokalne w pewne uogólnione kryterium globalne. Powstaje jednak zasadnicze pytanie, która z metod jest najskuteczniejsza, której metodzie można najbardziej zaufać i wierzyć w jej rezultaty.

W pracy porównano metody agregacji oraz przedstawiono sytuacje, w których można zaufać tej lub innej metodzie.

2.1. Formułowanie zadania podejmowania decyzji

Formułowanie zadania polega na wyborze pewnego zestawu kryteriów lokalnych μ_i ($i = 1, \dots, n$). Kryteria te mogą być przedstawiane zarówno w postaci ilościowej, jak i jakościowej (w formie słownych opisów). Powinny one charakteryzować najważniejsze dla nas cechy obiektów, które będziemy porównywać. Dla kryteriów tych tworzymy następnie odpowiednie funkcje przynależności, które opisują ich użyteczność. Przyjmują one wartości od 0 w przedziale niekorzystnym aż do 1 w przedziale wartości najbardziej korzystnych z punktu widzenia danego parametru. W przypadku kryteriów nierównoważnych porównujemy ważność każdej pary kryteriów, wypełniając w ten sposób macierz parzystych porównań, na podstawie której wyliczamy stopnie ważności α_i ($i = 1, \dots, m$). Posiadając także dane wejściowe (określające wszystkie parametry każdego porównywanego obiektu) dla naszego problemu, możemy przejść do

agregacji kryteriów.

2.2. Agregowanie kryteriów równoważnych

Wiadomo, że odmienne warianty agregacji kryteriów powodują bardzo różne końcowe rezultaty, co świadczy o dominującej ważności etapu formułowania kryterium globalnego. Oczywiście jest także, że w niektórych zadaniach optymalizacyjnych nie jest obowiązkowe brać pod uwagę ważność kryteriów. Dzieje się tak dlatego, że niekiedy wszystkie kryteria lokalne mają taką samą ważność dla osoby lub osób podejmujących decyzje. Sformułujmy zadanie następująco: niech na ciągłym zbiorze alternatyw X zadane są równoważne lokalne kryteria A i B przedstawione odpowiednimi funkcjami użyteczności $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, $x \in X$, mającymi maksima w odpowiednich punktach x_A i x_B . Przy tym spełnione są warunki:

$$\mu_A(x_A) > \mu_B(x_A), \mu_B(x_B) > \mu_A(x_B) \quad (1)$$

Wtedy w punkcie optimum będzie istnieć maksimum funkcji

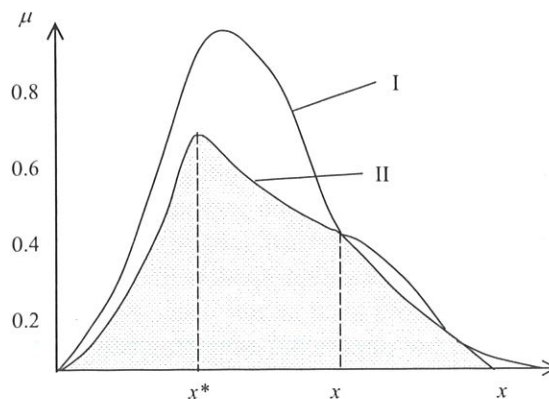
$$\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), x \in X. \quad (2)$$

Interpretację graficzną otrzymanych wyników przedstawiono na rysunku 1.

Na rysunku 1 widocznym jest, że funkcja $\mu_C(x)$ w postaci (2) może być traktowana jako funkcja przynależności zbioru C , kreowanego przecięciem zbiorów A i B przedstawionych funkcjami przynależności (użyteczności) $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, tzn. $C = A \cap B$. W punkcie optimum x_2 realizuje się maksimum przecięcia kryteriów lokalnych.

Niespełnienie warunków (1) może prowadzić do

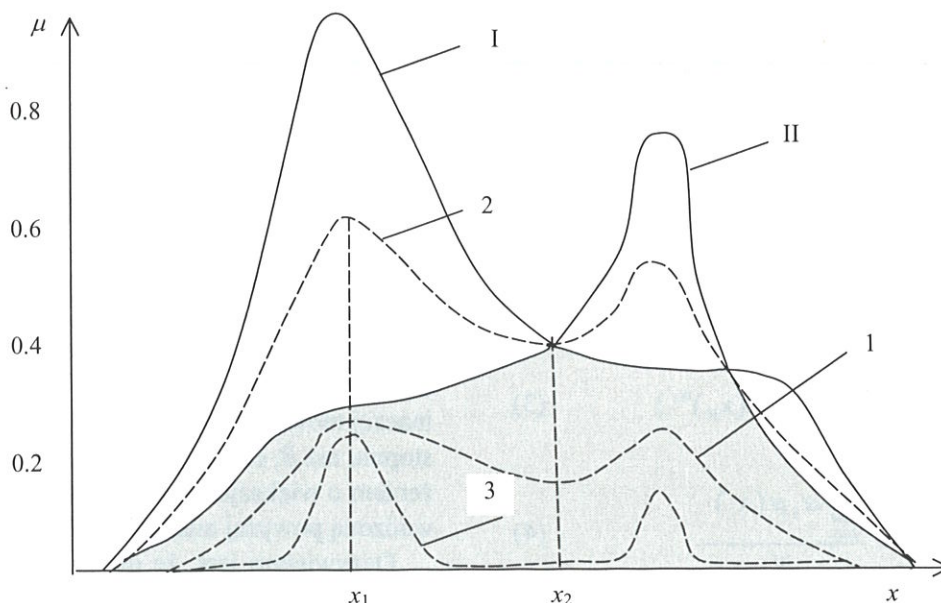
sytuacji, kiedy maksimum funkcji $\mu_C(x)$ nie znajduje się w żadnym punkcie przecięcia krzywych $\mu_A(x)$, $\mu_B(x)$, co pokazano na rysunku 2.



Rysunek 2. Przecięcie kryteriów lokalnych przy niespełnieniu warunków (1): I – $\mu_A(x)$; II – $\mu_B(x)$.

W ostatnim przypadku zapewnione jest tylko zapotrzebowanie maksymalnego spełnienia wymagań kryteriów lokalnych bez ich równowartości w punkcie optimum. Takiego rodzaju sytuacje są typowe dla wielu zadań, w których otrzymane niebezpośrednio funkcje użyteczności, np. $\mu(x) = \mu(f(x))$, nie muszą zachowywać się monotonicznie, tzn. mieć kilka ekstremów.

Z udowodnionego przez Sevastianova i Tumanova (1990) twierdzenia wynika, że agregowanie kryteriów lokalnych typu (2) gwarantuje spełnienie wszystkich sformułowanych wymagań co do optymalności rezultatów. Warto podkreślić, że w rozpatrywanym najprostszym przypadku tylko agregowanie (2) zapew-



Rysunek 1. Sposoby agregowania lokalnych kryteriów równoważnych. I – $\mu_A(x)$; II – $\mu_B(x)$; 1 – $\mu_C(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$; 2 – $\mu_C(x) = 0,5\mu_A(x) + 0,5\mu_B(x)$; 3 – $\mu_C(x) = \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)$; x_1 – punkt optimum dla wariantów 1, 2, 3; x_2 – punkt optimum dla przecięcia $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

nia otrzymanie optimum odpowiadającego tym zapotrzebowaniom. Ostatnie stwierdzenie potwierdza rysunek 1, gdzie widoczne jest, że najczęściej używane sposoby agregowania kryteriów lokalnych dostarczają punkty ekstremum w dużej odległości od rzeczywistego optimum.

Rozpatrzmy jeszcze jedną ważną cechę agregacji typu (2). Jeżeli interpretować funkcję $\mu_C(x)$ jako funkcję przynależności zbioru $C = A \cap B$, tj. przecięcia zbiorów A i B oraz traktować optimum jako punkt posiadający największy stopień przynależności do przeszczeni przecięcia kryteriów lokalnych, wtedy jedynym tylko uzasadnionym sposobem formułowania przecięcia zbiorów A i B należy uznać wyrażenie (2). Rzeczywiście w przypadku asymptotycznym $A = B$ naturalne jest wymaganie $A \cap A = A$, co jest równoznaczne z $\mu_C(x) = \mu_A(x)$, tzn. powinna być spełniona zasada idempotentności.

Łatwo udowodnić, że ani addytywny, ani multiplikatywny lub jakiś inny sposób przecięcia zbiorów rozmytych, zawierający operacje arytmetyczne, nie zachowuje idempotentności, w związku z czym sens ich używania dla agregowania kryteriów lokalnych jest problematyczny w tym samym stopniu jak problematyczna jest możliwość naturalnej interpretacji nierówności $A \cap A \neq A$.

Wszystko to pozwala wnioskować, że sposób agregowania (2) może być przyjęty jako najlogiczniejszy i uzasadniony w przypadku równoważnych kryteriów lokalnych.

2.3. Agregowanie nierównoważnych kryteriów lokalnych

Większość problemów życiowych wymaga wprowadzenia współczynników względnej ważności kryteriów. Jest bowiem oczywiste, że dla jednych osób pewne kryteria mają większe znaczenie, a dla drugich całkiem inne. Możemy wówczas stosować następujące metody agregowania kryteriów: maksymalnego pesymizmu (3), addytywne (4) oraz multiplikatywne (5), uwzględniając współczynniki względnej ważności α_i ($i = 1, \dots, m$) wyliczane na podstawie macierzy porządkowanych lub podane przez eksperta:

$$D_1 = \min\{\mu(x_1)^{\alpha_1}, \mu(x_2)^{\alpha_2}, \dots, \mu(x_N)^{\alpha_N}\} \quad (3)$$

$$D_2 = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i \mu(x_i)}{N} \quad (4)$$

$$D_3 = \prod_{i=1}^N \mu(x_i)^{\alpha_i} \quad (5)$$

gdzie $X = (x_1, \dots, x_k)$ – wektor parametrów jakości.

Istnieją inne, ale mniej naturalne metody agregacji, dlatego najczęściej korzysta się właśnie z metod (3)–(5) oraz ich różnych kombinacji. W wielu pracach sugerowano, że naj-lepszym jest addytywny sposób agregowania kryteriów. Jednak nie zawsze można zaufać rezultatowi tego sposobu agregacji.

Rozpatrzmy przypadek nierównoważnych kryteriów. Przypuśćmy, że do nierównoważnych kryteriów lokalnych A i B można przypisać odpowiednie współczynniki względnej ważności α_A i α_B .

Łatwo sprawdzić, że najczęściej używane addytywne ($\mu_C(x) = \alpha_A \mu_A(x) + \alpha_B \mu_B(x)$) oraz multiplikatywne ($\mu_C(x) = ((\mu_A^{\alpha_A}(x) * \mu_B^{\alpha_B}(x)))$) sposoby formułowania kryterium globalnego nie gwarantują poprawnych rezultatów zadań optymalizacji. Rzeczywiście, w przypadku asymptotycznym $\alpha_A = \alpha_B$ oba warianty jak to wynika z rysunku 1 dostarczają maksima w odległości od rzeczywistego optimum. Sposób agregacji, proponowany przez Zimmermanna (1986), w naszym przypadku jest następujący

$$\mu_C(x) = \min(\alpha_A \mu_A(x), \alpha_B \mu_B(x)), \quad (6)$$

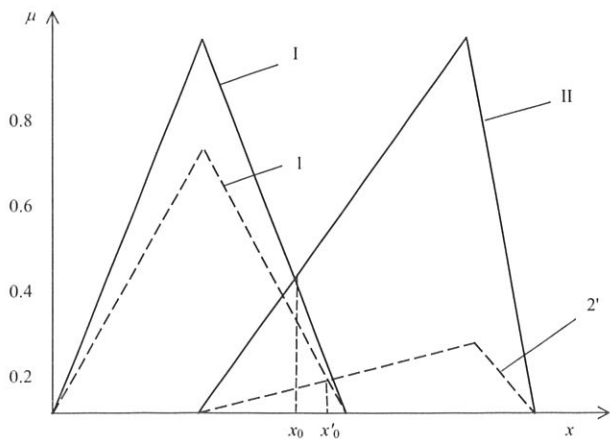
który przy $\alpha_A = \alpha_B = 1$ jest równoznaczny ze sposobem (2). Jednak taki sposób uwzględnienia nierównoważności kryteriów lokalnych w praktyce może powodować rezultaty absurdalne.

Rozpatrzmy sytuację szczegółowej. Niech kryteria A i B spełniają warunki (1) i (2) z wyjątkiem równoważności kryteriów lokalnych, na przykład A ważniejsze od B , skąd naturalnie wynika, że $\alpha_A > \alpha_B$. I niech x_0 będzie punktem optimum w przypadku równoważności A i B . To znaczy x_0 maksymalizuje funkcję $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$, natomiast niech x_0' będzie punktem optimum dla nierównoważnych A i B maksymalizujący $\mu_C'(x) = \min(\mu_A'(x), \mu_B'(x)) = \min(\alpha_A \mu_A(x), \alpha_B \mu_B(x))$. Wtedy x_0' jest jednym z pierwiastków równania: $\alpha_A \mu_A(x) = \alpha_B \mu_B(x)$. Ostatnie wyrażenie można również przedstawić w formie:

$$\beta \mu_A(x) = \mu_B(x), \quad \beta = \alpha_A / \alpha_B > 1. \quad (7)$$

Przypuśćmy, że $x_A < x_B$, gdzie x_A, x_B są punktami maksimum funkcji $\mu_A(x)$ i $\mu_B(x)$. Wtedy zestawiając (7) i $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ (sytuacja równoważności kryteriów), a także uwzględniając monotoniczne zmniejszenie $\mu_A(x)$ i wzrost $\mu_B(x)$ na odcinku $[x_A, x_B]$, można wnioskować, że $x_0' > x_0$. Stąd wynika, że $\mu_A(x_0') < \mu_B(x_0')$, inaczej mówiąc kryterium A spełnia się w mniejszym stopniu niż B , co jest sprzeczne z początkowym założeniem o większym znaczeniu kryterium A . Przeprowadzoną powyżej analizę ilustruje rysunek 3.

Oczywiste jest, że dla otrzymania zrozumiałego, nie kontrowersyjnego rezultatu za pomocą agregacji typu (6) należy ważniejsze kryterium pomnożyć przez najmniejszy współczynnik względnej ważności. Jednak jest to sprzeczne z intuicyjnymi poglądami o



Rysunek 3. Agregacja kryteriów nierównoważnych zgodnie z wyrażeniem $\mu_C(x) = \min(\mu_A'(x), \mu_B'(x))$: I - $\mu_A(x)$; II - $\mu_B(x)$; I' - $\mu_A'(x) = 0,8\mu_A(x)$; 2' - $\mu_B'(x) = 0,2\mu_B(x)$.

rankingu kryteriów i bardzo utrudnia formalizację zadania optymalizacji lub oceny alternatyw przy dużej ilości kryteriów lokalnych. Inną wadą agregacji (6) jest nieskalowalność funkcji $\mu_C(x)$ w przedziale $[0,1]$, co uniemożliwia ocenę ekstremów lokalnych z punktu widzenia ich odległości od ekstremum globalnego. Należy podkreślić, że w praktyce większość zadań wielokryterialnych jest jednocześnie zadaniami wieloekstremalnymi.

Na podstawie powyższych rozważań można stwierdzić, że naturalnym uogólnieniem wyrażenia (2), w przypadku nierównoważnych kryteriów odzwierciedlających jakościowy charakter zadania preferencji przy formułowaniu globalnego kryterium jakości, jest agregacja proponowana przez Yagera (1979):

$$\mu'_C(x) = \min(\mu_A^{\alpha_A}(x), \mu_B^{\alpha_B}(x)) \quad (8)$$

gdzie $(\alpha_A + \alpha_B)/2 = 1$.

W przypadku asymptotycznym tj. przy $\alpha_A = \alpha_B = 1$, agregacja (5) jest równoznaczna z (2). Przypuśćmy, że kryterium A jest ważniejsze od B, tzn. $\alpha_A > \alpha_B$. Yager (1979) pokazał, że w tej sytuacji mamy większe wymagania dla spełnienia kryterium A niż dla B. W tym przypadku maksymalne wartości kryterium globalnego będą lokalizowane w punkcie bliższym maksimum $\mu_A(x)$ niż maksimum $\mu_B(x)$ i jeśli x_0 jest punktem maksimum $\mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$, a x'_0 punktem maksimum $\mu'_C(x)$, wówczas $\mu_A(x'_0) > \mu_A(x_0)$.

Wyrażenie (8) w sposób naturalny uogólnia się dla przypadku n lokalnych kryteriów:

$$\mu'_C(x) = \mu_1^{\alpha_1}(x) \wedge \mu_2^{\alpha_2}(x) \wedge \dots \wedge \mu_n^{\alpha_n}(x),$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n > 0, \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad (9)$$

gdzie $X = (x_1, \dots, x_k)$ jest wektorem parametrów jakości, \wedge jest operacją minimum; $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ są współczyn-

nikami względnej ważności, które można otrzymać na przykład używając metody opracowanej przez Chu i in. (1979) na podstawie macierzy parzystych porównań. Ważną pożyteczną cechą agregacji (9) jest fakt zachowania skalowania $\mu'_C(x)$ na odcinku $[0,1]$ dlatego, że wszystkie μ_1, \dots, μ_n są również identycznie przeskalowane.

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że używanie strategii opierającej się na wyrażeniu (9) w zadaniach oceny alternatyw oraz optymalizacji w przypadku opisywania kryteriów lokalnych za pomocą funkcji użyteczności (przynależności) jest najbardziej uzasadnionym rozwiązaniem. Jak udowodnił Germejer (1971), strategia optymalizacji opartej na operacji minimum, tj. strategii „maksymalnego pesymizmu”, polegającej na znalezieniu najlepszej alternatywy wśród najgorszych, jest podejściem jedynie gwarantującym niezawodne rezultaty zgodne z naszą intuicją. W naszej sytuacji oznacza to, że stopień spełnienia kryteriów lokalnych w punkcie optimum są nie mniejsze niż stopień spełnienia najmniej ważnego kryterium, przy tym rozwiązanie zadania optymalizacji jest Paretooptymalne. W praktyce jednak warunki udowodnionego przez Sevastianova i Tumanova (1990) twierdzenia nie są zawsze spełnione. Ponadto udowodnione twierdzenie jest prawidłowe wyłącznie w przypadku dwóch lokalnych kryteriów. Zupełnie inną sytuację możemy spotkać już w przypadku trzech kryteriów lokalnych $\mu_A(x), \mu_B(x), \mu_C(x)$.

Jak można zauważyć na rysunku 4, przy równoważnych trzech kryteriach nie możemy z całą pewnością przypuszczać, że punkt x_2 jest optymalny. Dzieje się tak dlatego, że w całym Pareto regionie nie mamy takiego punktu, w którym przecinają się wszystkie trzy kryteria. W takiej sytuacji możemy stosować agregację typu addytywnego. Należy jednak zachować tutaj pewną ostrożność, ponieważ na przykład w sytuacji, kiedy oba kryteria są do siebie symetryczne, agregacja tego typu może prowadzić do otrzymania niejednoznacznych wyników. Sytuację taką bardzo dobrze odzwierciedla rysunek 5.

Dubois i Koenig (1991) pokazali, że w wielu sytuacjach najbardziej uzasadniona agregacja typu (8) nie odpowiada doświadczeniu i intuicji osób podejmujących decyzję przy ocenie alternatyw lub optymalizacji. Dlatego w przypadku skomplikowanych zadań przy dużej ilości lokalnych kryteriów i ograniczeń po otrzymaniu gwarantowanych ocen na podstawie agregacji (9) jest sens zastosować i inne addytywne oraz multiplikatywne warianty budowania kryterium globalnego. W przypadku, gdy rezultaty otrzymane za pomocą wszystkich używanych sposobów agregacji są podobne, co najmniej na poziomie jakościowym utwierdza nas to w przekonaniu o adekwatności otrzymanych wyników.



Osoby podejmujące decyzję mogą mieć różne poglądy co do efektywności różnych sposobów agregacji. Powstaje zatem dodatkowy problem agregowania właśnie kryteriów już agregowanych, sformułowany przez Roubensa (1997). Na przykład Dubois i Koenig (1991) używali do tego celu elementy teorii możliwości, Yeger (1988) zaproponował tak zwaną operację ważonego uśrednienia, Hauke (1999) rozwinął podejście na podstawie t-skał Yagera, Dychhoff (1985) oraz Migdalas i Pardalos (1996) zaproponowali metodę hierarchicznego agregowania. Jednak najbardziej popularny jest dzisiaj tak zwany γ -operator, opracowany przez Zimmermana i Zysno (1980,1983):

$$\eta = \left(\prod_i \mu_i \right)^{1-\gamma} \left(1 - \prod_i (1 - \mu_i) \right)^\gamma, \quad (10)$$

$i = 1, 2, \dots, n; \quad 0 \leq \gamma \leq 1,$

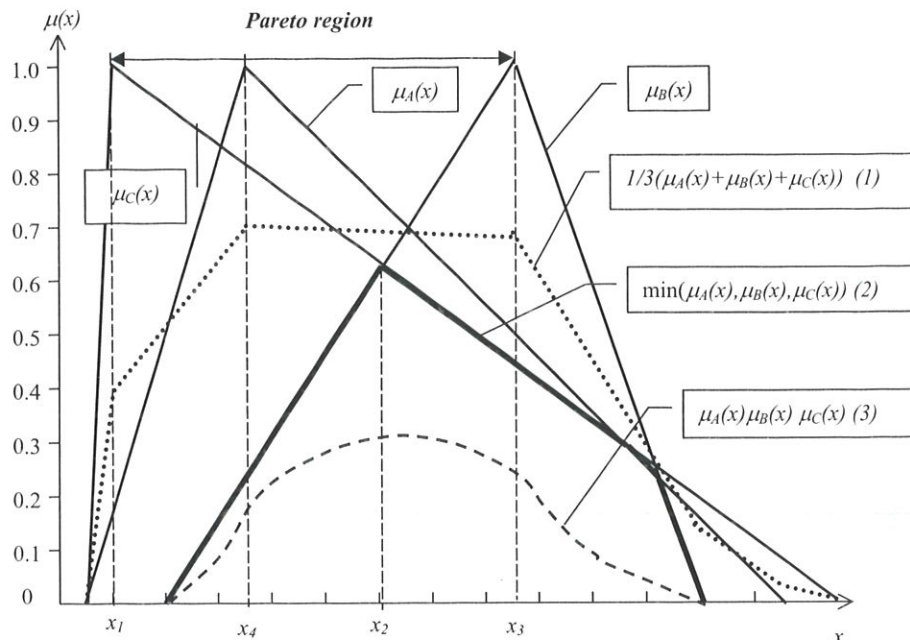
gdzie μ_i są funkcjami przynależności lokalnych kryteriów jakości.

Oczywistym jest, że wyrażenie (10) jest tylko agregacją addytywną i multiplikatywną uogólnionych kryteriów. Przez Mitra (1988) proponowane są podobne γ -agregacje na podstawie minimum, maksimum oraz kryterium addytywnego:

$$\eta_{or} = \gamma \max_i (\mu_i) + (1-\gamma) \left(\sum_i \mu_i \right) / n, \quad (11)$$

$$\eta_{and} = \gamma \min_i (\mu_i) + (1-\gamma) \left(\sum_i \mu_i \right) / n \quad (12)$$

Ostatnie wyrażenia używane były przez Shiha i Lee (2000) w zagadnieniach wielopoziomowego podejmowania decyzji. Jako najważniejszy problem stwierdzono brak ścisłych reguł wyboru parametru γ . Choi i Oh (2000) zaproponowali metodę w pewnym stopniu formalizującą wybór parametru γ , jednak wymagającą od eksperta wielu dodatkowych informacji, przy tym, co ważniejsze, o charakterze ilościowym. Warto podkreślić, że w wyrażeniach (10)–(12) kryteria lokalne rozpatrywane są jako równoważne. Ranking ich za pomocą, np. metody parzystych porównań przedsta-



Rysunek 4. Agregacja trzech kryteriów za pomocą kryteriów: addytywnego (1), maksymalnego pesymizmu (2) i multiplikatywnego (3).

wia się jako zadanie bardziej skomplikowane i ważniejsze od wyboru parametru γ .

Omówione powyżej podejścia nie pozwalają jednocześnie agregować wszystkich trzech głównych typów kryteriów uogólnionych za pomocą operatorów minimum oraz addytywnego i multiplikatywnego.

W wielu przypadkach może być pożyteczna następująca procedura otrzymania rezultatu kompromisowego (Sevastianov i Tumanov, 1990). Niech $\mu_1(x)$, $\mu_2(x)$, $\mu_3(x)$ są pewnymi wariantami agregacji kryteriów lokalnych, np. addytywnymi, multiplikatywnymi oraz na podstawie operatora minimum. Przypuśćmy, że w rezultacie maksymalizacji każdej z funkcji μ_1 , μ_2 i μ_3 otrzymano odpowiednie punkty optimum x_1 , x_2 i x_3 . W wyniku badań wartości kryteriów lokalnych, u osoby podejmującej decyzję, formułuje się pewne preferencje, które można scharakteryzować za pomocą względnego stopnia adekwatności otrzymanych x_1 , x_2 i x_3 według wymagań optymalizacji. Niech tę ranking zadawane będzie przez pewne współczynniki względnej ważności α_1 , α_2 i α_3 (które mogą być jednakowe, gdy ranking x_1 , x_2 i x_3 jest niemożliwy). Wówczas, wprowadzając skalowanie funkcji

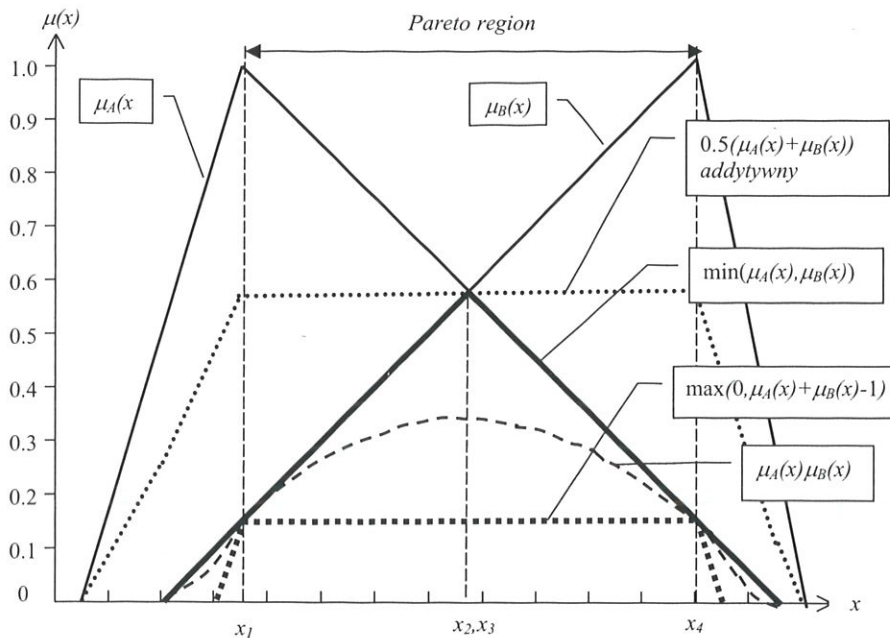
$$\bar{\mu}_1(x) = \mu_1(x) / \mu_1(x_1); \quad \bar{\mu}_2(x) = \mu_2(x) / \mu_2(x_2);$$

$$\bar{\mu}_3(x) = \mu_3(x) / \mu_3(x_3)$$

na odcinku $[0,1]$, można zbudować nowe kryterium globalne, które będziemy nazywać uogólnionym kompromisowym wskaźnikiem jakości.

$$\eta(x) = \min \left(\bar{\mu}_1^{-\alpha_1}(x), \bar{\mu}_2^{-\alpha_2}(x), \bar{\mu}_3^{-\alpha_3}(x) \right) \quad (13)$$

Punkt globalnego maksimum $\eta(x)$ będzie przed-



Rysunek 5. Porównywanie sposobów agregacji kryteriów.

stawiać pewne kompromisowe rozwiązanie zagadnienia optymalizacji, uwzględniające możliwości dostarczenia warunków optymalnych za pomocą różnych sposobów agregacji kryteriów lokalnych.

Jak wykazano powyżej, formułowanie kryterium globalnego nie jest sprawą prostą i dostarcza wiele powodów do dyskusji. Przeprowadzone badania pozwalają jednak na uzasadniony wybór sposobu agregacji, dzięki zastosowaniu którego można uniknąć w pewnych sytuacjach absurdalnych rezultatów oceny alternatyw.

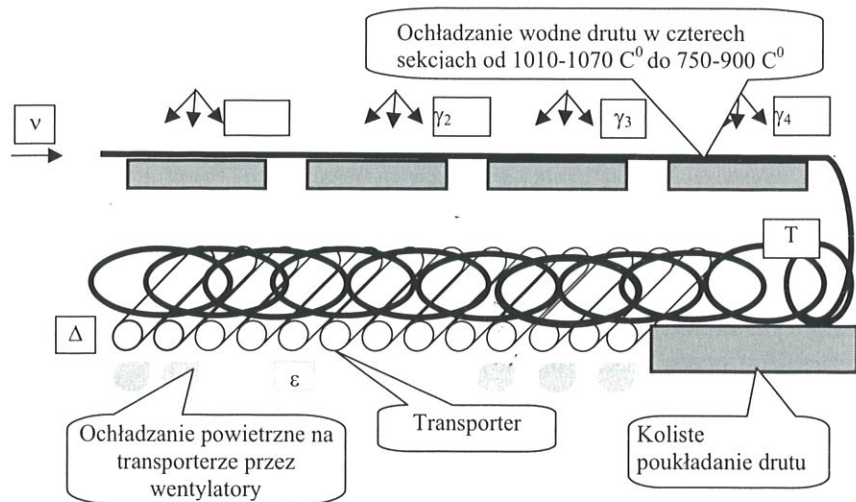
W następnych przykładach zastosowano najbardziej rygorystyczny sposób formowania kryterium globalnego – kryterium maksymalnego pesymizmu.

3. ROZMYTA OPTIMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA PROCESU OBRÓBKI CIEPLNEJ DRUTU ZBROJENIOWEGO PO WALCOWANIU

Schemat technologiczny obróbki cieplnej drutu zbrojeniowego po walcowaniu na gorącą ma dwa stadia (rysunek 6). Pierwsze stadium to stopniowe ochładzanie wodne drutu w czterech kolejnych sekcjach od 1010÷1070°C do 750÷900°C i specjalne koliste poukładanie drutu, drugie, to ochładzanie powietrzne na transporterze (przez wentylatory). Głównym pro-

blemem jest optymalizowany wybór parametrów technologicznych oraz najważniejszych składników chemicznych z punktu widzenia wielu kryteriów wspólnie charakteryzujących jakość produkcji. W ogólności mamy zadanie wielokryterialnej optymalizacji w warunkach niepewności i nierównoważności kryteriów lokalnych wpływających na jakość produktu.

Parametry technologiczne są następujące: zużycie względne wody w sekcjach chłodzenia wodnego γ ; prędkość ruchu drutu na transporterze ν ; względna ilość powietrza, podawanego przez wentylatory ε ; stopień ochłodzenia Δ (równy liczbie



Rysunek 6. Schemat technologiczny obróbki cieplnej drutu.

zamkniętych zaworów w systemie chłodzenia).

Parametrami jakości produkcji są: granica wytrzymałości σ_g , względne zwężenie ψ , względne wydłużenie δ , rozmiar ziarna d , względna grubość warstwy odwęglonej θ .

W rezultacie badań statystycznych otrzymano modele regresyjne określające zależności poszczególnych parametrów jakości drutu od parametrów technologicznych.

Dla temperatury drutu po ochłodzeniu wodnym otrzymano:

$$T = 950,32 - 26,79\gamma, \quad (14)$$

z gwarantowaną dokładnością nie mniejszą niż 95% niezależnie od obrabianego gatunku stali.

Dla jednego z najczęściej używanych gatunków

stali w rezultacie obróbki statystycznej danych biernych eksperymentów (w trakcie zwykłej pracy przedsiębiorstwa) otrzymano zależności:

$$\sigma_g = 1251,74 + 0,14 \cdot T + 1336,35 \cdot C + 195,385 \cdot Mn + 1,988 \cdot \varepsilon - 1426,94 \cdot \nu - 1203,94 \cdot \Delta; \quad (15)$$

$$\delta = 0,169 - 0,00317 \cdot T - 23,55 \cdot C + 8,77 \cdot Mn + 0,0877 \cdot \varepsilon + 29,83 \cdot \nu + 23,97 \cdot \Delta; \quad (16)$$

$$\psi = 46,566 + 3,75 \cdot 10^{-3} \cdot T - 4,613 \cdot C + 26,34 \cdot Mn + 0,0814 \cdot \varepsilon - 16,327 \cdot \nu - 20,51 \cdot \Delta; \quad (17)$$

$$d = 0,349 - 3,749 \cdot 10^{-4} \cdot T - 0,1156 \cdot C + 7,429 \cdot 10^{-2} \cdot Mn - 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot \varepsilon + 0,189 \cdot \nu + 0,166 \cdot \Delta; \quad (18)$$

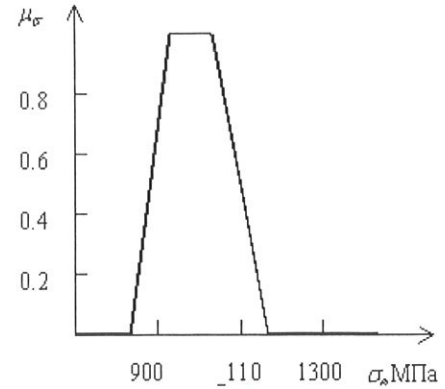
$$\theta = 1,9 - 3,383 \cdot 10^{-3} \cdot T - 1,423 \cdot C - 0,357 \cdot Mn - 4,47 \cdot 10^{-2} \cdot \varepsilon + 4,496 \cdot \nu + 3,487 \cdot \Delta. \quad (19)$$

Zależności (15)–(19) są adekwatne względem kryterium Fishera z dokładnością prognozowania parametrów jakości nie mniejszą niż 85%–90%. Próby ulepszenia rezultatów obróbki statystycznej za pomocą wprowadzenia zależności kwadratowych nie odniosły pożądanego skutku. To znaczy nie otrzymano znacznego zwiększenia dokładności prognozowania. Warto podkreślić, że we wzorach (15)–(19) istnieją tylko dwa składniki chemiczne – magnez (Mn) i węgiel (C). W rezultacie badań statystycznych ustalono, że właśnie te składniki mają statystycznie udowodniony znaczący wpływ na jakość produkcji. Inne składniki chemiczne są zwykle dosyć stabilne i ich koncentracja mało zmienia się w trakcie przygotowywania stali ze złomu. To było udowodniono w badaniach. Przy tym koncentracje C i Mn mogą być aktywnie zmieniane przez technologów w początkowych stadiach przygotowywania stali i właśnie dlatego można traktować je jako parametry technologiczne.

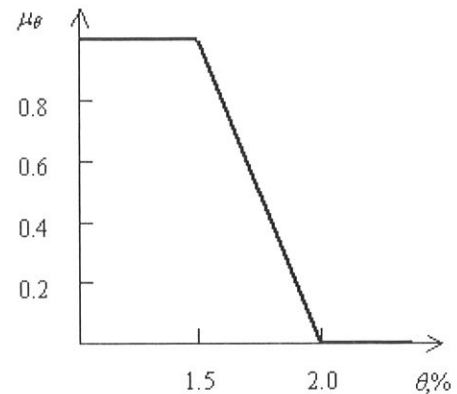
Rozpatrywany proces technologiczny charakteryzuje się istnieniem zbioru kryteriów lokalnych jakości i ograniczeń technologicznych, które mogą być w stosunkach antagonistycznych między sobą. To znaczy, ulepszenie jednego kryterium powoduje pogorszenie innego. Jak zauważyli Bellman i Zadeh (1970), jest to źródłem niezbędnej subiektywności w formalizacji zadania optymalizacji wielokryterialnej. Inną przyczyną niepewności subiektywnej może być informacja, używana przy budowaniu lokalnych kryteriów jakości na podstawie doświadczenia i intuicji technologów oraz innych osób, odpowiedzialnych za jakość produkcji. Dlatego w celu adekwatnej formalizacji zadania wielokryterialnej optymalizacji wykorzystaliśmy elementy teorii zbiorów rozmytych, przeznaczonych do rozwiązywania właśnie takiego rodzaju zadań.

Dla formalizacji lokalnych kryteriów i ograniczeń używaliśmy funkcji użyteczności, wzrastających od zera do jedności przy zmianie parametru jakości w zakresie od wartości niedopuszczalnych do wartości pożądaných (najlepszych). Funkcje użyteczności naj-

ważniejszych kryteriów lokalnych przedstawiono na rysunkach 7 i 8.



Rysunek 7. Funkcja użyteczności σ_g .



Rysunek 8. Funkcja użyteczności θ .

W analogiczny sposób zbudowano funkcje użyteczności pozostałych kryteriów jakości $\mu_\psi(\psi)$, $\mu_d(d)$ i $\mu_\delta(\delta)$ oraz ograniczeń na koncentracje C i Mn : $\mu_C(C)$, $\mu_{Mn}(Mn)$. Na sterujące parametry technologiczne T , ν , ε , Δ nałożono zwykle ograniczenie typu nierówności (to znaczy określone przedziały ich wartości dopuszczalnych).

Ponieważ sformułowane lokalne kryteria jakości i ograniczenia w praktyce mogą być spełnione w różnych zakresach wartości sterujących parametrów technologicznych, rozwiązanie optymalizowane uzyskano jako pewien kompromis kontrowersyjnych względnie różnych kryteriów zapotrzebowania. Dlatego lokalne kryteria i ograniczenia agregowano w kryterium globalne z uwzględnieniem współczynników ich ważności ($\alpha_1, \dots, \alpha_7$) w globalnej ocenie jakości produkcji.

Zgodnie z wynikami badań teoretycznych przeprowadzonych przez Sevastianov i Tumanov (1990) kryterium globalne przedstawiono w formie

$$D(C, Mn, T, \nu, \varepsilon, \Delta) = \min(\mu_{\sigma_g}^{\alpha_1}(\sigma_g(T, C, Mn, \nu, \varepsilon, \Delta)), \mu_{\delta}^{\alpha_2}(\delta(T, \dots, \Delta)), \mu_{\psi}^{\alpha_3}(\psi(T, \dots, \Delta)), \mu_{\theta}^{\alpha_4}(\theta(T, \dots, \Delta)), \mu_d^{\alpha_5}(d(T, \dots, \Delta)), \mu_C^{\alpha_6}(C), \mu_{Mn}^{\alpha_7}(Mn)). \quad (20)$$

Ilościowe oceny współczynników względnej ważności otrzymane są na podstawie macierzy parzystych

lingwistycznych porównań ważności lokalnych kryteriów i ograniczeń zgodnie z metodą, opracowaną przez Saaty (1997).

Punkt optimum uzyskano, maksymalizując już kryterium globalne:

$$(C, Mn, T, \varepsilon, v, \Delta)_{onm} =$$

$$\arg \max_{C, Mn, T, \varepsilon, v, \Delta} (D(C, Mn, T, \varepsilon, v, \Delta)) \quad (21)$$

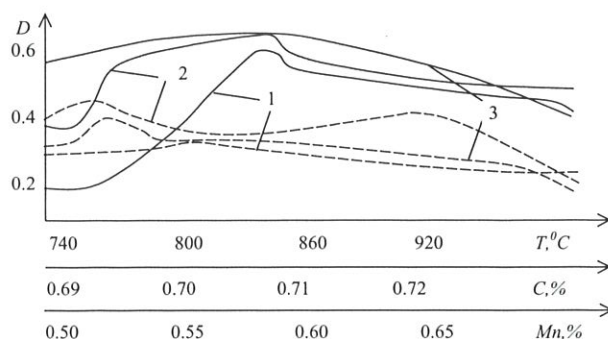
Dla rozwiązania zadania (21) użyto metody programowania nieliniowego. Znalaziono kilka ekstremów lokalnych, z których każdy znajdował się na górnej granicy dopuszczalnych wartości parametru ε . Ten fakt pozwolił uprościć zadanie optymalizacji, podstawiając w wyrażenie (20) i (21) $\varepsilon = \varepsilon_{max}$, po czym zadanie zostało rozwiązane ponownie. W rezultacie porównania otrzymanych ekstremów lokalnych wybrano najlepsze spośród nich, dostarczające wartość kryterium globalnego D równą 0,642. Rezultaty zadania optymalizacji, przedstawione w tabelicy 1 świadczą o wysokiej spójności stopni spełnienia najważniejszych kryteriów lokalnych i ich względnej ważności.

Tabela 1. Wartości kryteriów lokalnych μ oraz współczynników ich względnej ważności α w punkcie optimum.

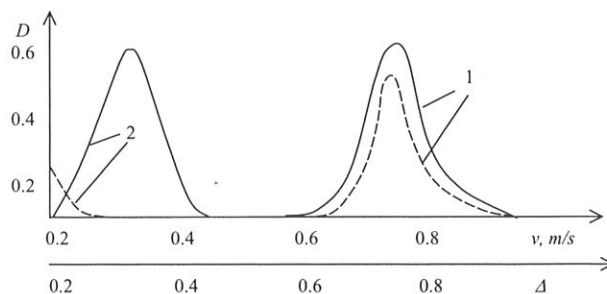
Kryteria	α	μ
σ_b	2,64	1,00
δ	1,65	0,76
ψ	1,00	0,76
θ	0,69	0,73
d	0,45	0,37
C	0,32	0,76
Mn	0,25	0,78

Krzywe ujmuje zależności kryterium globalnego od parametrów technologicznych w otoczeniu punktu optimum oraz w pobliżu centrum planu eksperymentu biernego, gdy wszystkie parametry znajdują się w centrach przedziałów ich dopuszczalnych wartości, przedstawiono na rysunkach 9 i 10. Wyniki te świadczą o wysokiej efektywności używania optymalizacji wielokryterialnej dla polepszenia jakości produkcji. Warto zauważyć niewielką zależność D w otoczeniu optimum od koncentracji C i Mn w przedziale ich możliwych wartości oraz szerokiego zakresu wartości T , w którym kryterium globalne D także nieznacznie zmienia się i jest bliskie jego wartości maksymalnej.

Otrzymane rezultaty pozwalają wywnioskować, że w naturalnych warunkach produkcyjnych największy wpływ na uogólnioną jakość produkcji mają parametry v (prędkość ruchu drutu na transporterze) oraz Δ (stopień ochłodzenia). Ich wartości mogą być stabilizowane i utrzymywane w zakresie optimum z wysoką dokładnością za pomocą znajdującej się na tym



Rysunek 9. Wpływ parametrów technologicznych na kryterium globalne: 1 – $D(T)$, 2 – $D(C)$, 3 – $D(Mn)$. (Linie ciągłe są otoczeniem optimum, przerywane – otoczeniem centrum planu).



Rysunek 10. Wpływ zmian parametrów v , Δ na kryterium globalne: 1 – $D(v)$, 2 – $D(\Delta)$. (Linie ciągłe są otoczeniem optimum, przerywane – otoczeniem centrum planu).

odcinku linii technologicznej systemu sterowania automatycznego.

4. ROZMYTA OPTYMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA PROCESU NAGRZEWANIA STALI W PIECU PRZEJŚCIOWYM

Rozwój hutnictwa powiązany jest ze stałym udoskonaleniem istniejących procesów technologicznych. Jednym z problemów w tej dziedzinie jest optymalizacja procesu nagrzewu piecowego stali, tzn. poszukiwaniu takich reżimów temperaturowych, które umożliwiłyby w sposób optymalny zbliżyć stan metalu do warunków walcowania przy minimalnych stratach energii i materiałów. W tym celu opracowaliśmy (Malewicz i in., 1989) metodykę rozstrzygnięcia zadania optymalizacji procesu nagrzewania sztab stalowych o wymiarach w przekroju 300x400 mm w piecu z belkami kroczącymi. Nagrzewanie metalu zrealizowano przy użyciu palników na gaz ziemny.

Model matematyczny procesu nagrzewania sztab stalowych zawiera:

– równanie nieustalonego przepływu ciepła w postaci:

$$\rho(T)c(T) \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (22)$$

$$-h_1 \leq x \leq h_1, \quad -h_2 \leq y \leq h_2, \quad \tau \geq 0,$$



gdzie $\lambda(T)$ – współczynnik przewodzenia ciepła; $c(T)$ – współczynnik ciepła właściwego; $\rho(T)$ – gęstość; h_1, h_2 – połowa szerokości i połowa wysokości sztaby,

– warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} \lambda(T) \frac{\partial T(h_1, y, \tau)}{\partial x} &= \frac{\sigma}{10^8} [T_p^4 - T^4(h_1, y, \tau)] + \alpha (T_p - T(h_1, y, \tau)), \\ \lambda(T) \frac{\partial T(x, h_2, \tau)}{\partial y} &= \frac{\sigma}{10^8} [T_p^4 - T^4(x, h_2, \tau)] + \alpha (T_p - T(x, h_2, \tau)), \\ \frac{\partial T(0, y, \tau)}{\partial x} &= \frac{\partial T(x, 0, \tau)}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

gdzie: T_p – temperatura gazu w piecu; α – współczynnik wymiany ciepła z otoczeniem; σ – współczynnik promieniowania,

– warunki początkowe:

$$T(x, y, 0) = f(x, y) \quad (24)$$

– bieżąca grubość zgorzeliny:

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{(\exp(-10125/T(\tau) + 7.25))^2}{2\delta} \quad (25)$$

Model procesów deformacji cieplnej zbudowano przy założeniu teorii pędu przy umocnieniu izotropowego z warunkiem płynności Mizesu, opracowany przez Birgera (1975):

$$\Delta\sigma_{ij,j} = 0 \quad (26)$$

$$\Delta\varepsilon_{ij} = \Delta\varepsilon_{ij}^e + \Delta\varepsilon_{ij}^p + \Delta\varepsilon_{ij}^c + \delta_{ij} \Delta\varepsilon^T \quad (27)$$

$$-\Delta\varepsilon_{ki,jl} + \Delta\varepsilon_{kj,il} + \Delta\varepsilon_{li,jk} - \Delta\varepsilon_{lj,ik} = 0 \quad (28)$$

$$\Delta\sigma_{ij} m_i = \Delta f_i, \quad \Delta u_i = \Delta u_i^m, \quad (29)$$

gdzie $\Delta\sigma_{ij}$ – tensor przyrostów naprężenia; $\Delta\varepsilon_{ij}$ – tensor przyrostów odkształceń; indeksy e, p, c, t – oznaczają odpowiednio sprężyste, plastyczne, lepkie i termiczne odkształcenia.

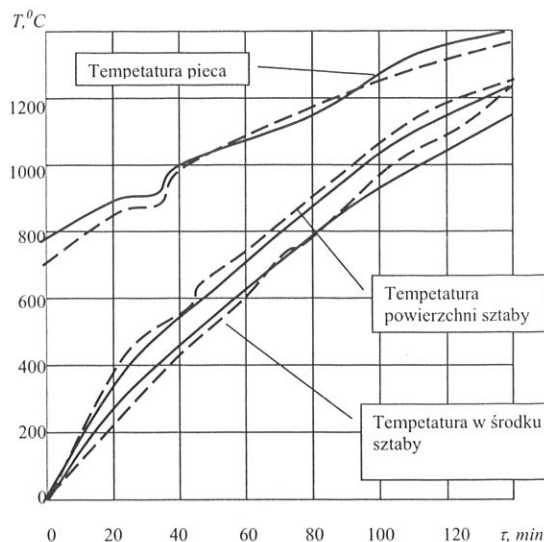
Wzór dla bieżącej grubości zgorzeliny (25) został opracowany na podstawie badań, przeprowadzonych przez Stęblowa i in. (1991) z uwzględnieniem pracy Kazancewa (1975).

Warunki brzegowe (23) zawierają niepewny parametr σ – współczynnik promieniowania, zidentyfikowany przez eksperyment (rysunek 11).

W wyniku porównywania temperatur sztaby i pieca, obliczanych z wykorzystaniem modelu (22)–(24) z danymi eksperymentu przemysłowego ustalono odpowiednią wartość współczynnika promieniowania σ , w piecu wyniosła ona 1,7 do 1,9 (Wt/(m²K)).

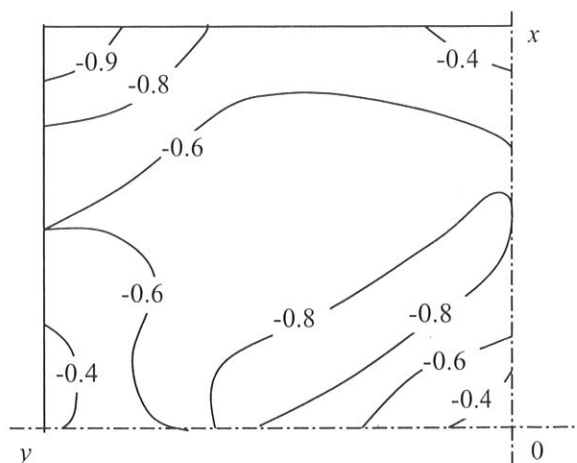
Zadanie (22)–(24) rozwiązywano metodą różnic skończonych, natomiast zadanie (26)–(29) metodą elementów skończonych.

W celu oceny kresu górnego naprężeń chwilowych



Rysunek 11. Identyfikacja parametryczna modelu matematycznego procesu nagrzewania sztab stalowych w eksperymencie. (Linie ciągłe – model, przerywane – eksperyment).

w sztabie symulowano wykorzystując model (22)–(29) procesy cieplne oraz odkształcenia cieplne w sztabie w procesie przyspieszonego nagrzewania. Dla oceny stopnia zagrożenia powstania pęknięć na powierzchni i wewnątrz sztaby wykorzystywano kryterium K_σ , według którego pęknięcia powstają, gdy intensywność naprężeń (σ_i) w badanym punkcie ciała przekracza znaną z eksperymentu wartość krytyczną (σ_T), zależną od temperatury. (Przy czym przynajmniej jedna ze składowych naprężenia ma być rozciągająca). Współczynnik stanu naprężenia K_σ oszacowano wzorem: $K_\sigma = (\sigma_i - \sigma_T(T)) / \sigma_T(T)$. Niebezpieczeństwo powstania pęknięć wzrasta wraz ze wzrostem K_σ , szczególnie przy $K_\sigma > 0$. Oszacowane wartości K_σ udowodniły, że naprężenia rozciągające w procesie nagrzewania sztaby nie przekraczają wartości krytycznych (rysunek 12). Z punktu widzenia zagadnienia optymalizacji otrzymany rezultat daje możliwość ominięcia uwzględnienia współczynnika stanu naprężenia K_σ jako lokalnego kryterium jakości procesu.

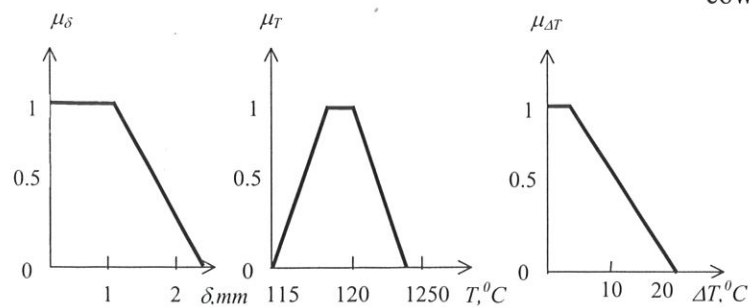


Rysunek 12. Izolinie współczynnika stanu naprężenia K_σ .

W wyniku przeprowadzonych wstępnych badań, jakość procesu nagrzewania sztab oszacowana została według trzech następujących kryteriów lokalnych: minimalizacji warstwy zgorzeliny d , dokładności nagrzewania T , (T – temperatura powierzchni sztaby), oraz minimalizacji maksymalnej różnicy ΔT pomiędzy temperaturami środka i powierzchni sztaby w chwili wyładowania. Funkcję użyteczności kryteriów jakości przedstawiono na rysunku 13.

Sterującymi parametrami technologicznymi są: temperatura w pierwszej strefie pieca (T_1) oraz temperatura strefy drugiej (T_2).

Ponieważ wykorzystanie modelu (22)–(25), stworzonego na podstawie równania przewodnictwa cieplnego Fouriera, do rozwiązywania zadania optymalizacji potrzebuje zbyt dużych nakładów czasu pracy komputera, zastosowano podejście dwuetapowe. Przeprowadzono dwie serie eksperymentów numerycznych na modelu matematycznym (22)–(25) z wykorzystaniem metod planowania eksperymentu. Rozpatrywano procesy nagrzewania przy temperaturach początkowych sztab $T_0 = 20 \div 400^\circ\text{C}$ (ładowanie na zimno) oraz $T_0 = 550 \div 700^\circ\text{C}$ (ładowanie na gorąco) przy wydajności pieca $P = 60$ i 80 t/godz. Wyniki eksperymentu obrabiano według metody, opracowanej przez Sevastianova i Tumanova (1990), która wykorzystując idee analizy regresyjnej prowadzi do modeli nieli-



Rysunek 13. Funkcje użyteczności kryteriów jakości nagrzewania sztab.

niowych. Dla ładowania na zimno otrzymane w ten sposób wzory są następujące:

$$\delta = 1,7 - 1,73 \cdot 10^{-2} x_4 + 4,1 \cdot 10^{-3} x_2 + 3 \cdot 10^{-3} x_1 + 2 \cdot 10^{-4} x_4^2 - 3,66 \cdot 10^{-5} x_2 x_4 - 2,687 \cdot 10^{-5} x_1 x_4 + 7,736 \cdot 10^{-6} x_1^2 + 7,387 \cdot 10^{-6} x_2^2 - 1,22 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 - 2,1 \cdot 10^{-7} x_2 x_3 + 3,12 \cdot 10^{-6} x_3 + 8,71 \cdot 10^{-8} x_1 x_3 + 1,43 \cdot 10^{-7} x_3 x_4, \quad (30)$$

$$T = 1205 + 0,265 x_2 - 0,37 x_4 + 1,177 \cdot 10^{-2} x_4^2 + 5,75 \cdot 10^{-2} x_1 + 2,5 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 + 2,2 \cdot 10^{-3} x_2 x_4 + 5 x_3 + 3,1 \cdot 10^{-4} x_3 x_4 - 6,2 \cdot 10^{-5} x_1^2 - 4,8 \cdot 10^{-6} x_3^2 - 9,1 \cdot 10^{-5} x_1 x_2 - 1,1 \cdot 10^{-5} x_1 x_3 + 5,4 \cdot 10^{-5} x_2^2, \quad (31)$$

$$\Delta T = 9,87 - 1,17 \cdot 10^{-2} x_2 x_4 + 2,9 \cdot 10^{-3} x_4^3 - 3 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 - 3,24 \cdot 10^{-6} x_1^2 x_3 + 1,58 \cdot 10^{-3} x_1 x_2 - 1,7 \cdot 10^{-4} x_1 x_4^2 + 6,3 \cdot 10^{-5} x_1 x_2 x_4 - 4,3 \cdot 10^{-4} x_3 x_4 + 8,66 \cdot 10^{-5} x_2^3 -$$

$$3,9 \cdot 10^{-4} x_2 x_4^2 - 1,06 x_4 + 6,27 \cdot 10^{-5} x_2^2 x_4 - 1,2 \cdot 10^{-5} x_3 x_4^2 + 2 \cdot 10^{-5} x_1 x_2^2 + 7,88 \cdot 10^{-6} x_2 x_3 x_4 + 5,5 \cdot 10^{-5} x_1 x_3 + 3,75 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 x_3 + 1,16 \cdot 10^{-4} x_2 x_3 + 2,94 \cdot 10^{-4} x_1^2, \quad (32)$$

gdzie $x_1 = T_1 - 1195$; $x_2 = T_2 - 1235$; $x_3 = T_0 - 217,3$; $x_4 = P - 59,6$.

Nieliniowe zależności regresyjne (30)–(32) zapewniają dokładności wyliczeń: T , (większą od 99%), δ i ΔT (większe od 95%). Przy rozwiązywaniu zadania optymalizacji stało się zatem możliwe wykorzystanie modeli (30)–(32) zamiast (22)–(24)

Globalne kryterium jakości procesu przedstawiono w formie:

$$D(P, T_0, T_1, T_2) = \min(\mu_\delta^{\alpha_1}(\delta(P, \dots, T_2)), \mu_T^{\alpha_2}(\delta(P, \dots, T_2)), \mu_{\Delta T}^{\alpha_3}(\Delta T(P, \dots, T_2))) \quad (33)$$

Ilościowe oceny ważności, otrzymane na podstawie macierzy parzystych lingwistycznych porównań ważności lokalnych kryteriów i ograniczeń zgodnie z metodą Chu, Kalaba, Springarna, 1979, są następujące: $\alpha_1 = 0,227$, $\alpha_2 = 1,433$, $\alpha_3 = 1,34$.

Dla każdego sztywno ustalonych przez technologów par P^* i T_0^* rozwiązywaniem zadania optymalizacji były wartości T_1 i T_2 , wyliczone według wzoru:

$$(T_1, T_2)_{\text{opt}} = \max_{T_1, T_2} (D(P^*, T_0^*, T_1, T_2)) \quad (34)$$

W rozwiązywaniu zadania optymalizacji (34) użyto metody aproksymacji krokowej kwadratowej, opracowanej przez Sevastianova i Tumanova (1990).

W tablicy 2 przedstawiono rezultaty zadania optymalizacji w procesie ładowania na zimno.

Można zauważyć, że zależność wartości optymalnych T_1 i T_2 od temperatury początkowej metalu (T_0) nie jest monotoniczna. Na rysunku 14 przedstawiono porównanie zależności kryterium globalnego od jednego z parametrów sterujących (T_2) w otoczeniu punktu optimum oraz w pobliżu centrum planu eksperymentu biernego, podczas gdy drugi parametr sterujący T_1 znajduje się w centrum przedziału dopuszczalnej wartości, tzn. $T_1 = 1011^\circ\text{C}$, natomiast $P = 60$ t/godz, $T_0 = 400^\circ\text{C}$.

Na podstawie rysunku 14 można stwierdzić, że używanie optymalizacji wielokryterialnej dało możliwość zwiększenia jakości procesu nagrzewania sztab prawie dwa razy (kryterium globalne w punkcie optimum $D = 0,48$) w porównaniu z wartością kryterium globalnego, wyliczonym w centrum planu $D = 0,24$.

W chwili obecnej zagadnienia optymalizacji jakości wyrobów rozpatrywane są jako szczególny aspekt ogólnego problemu zagadnienia zarządzania jakością

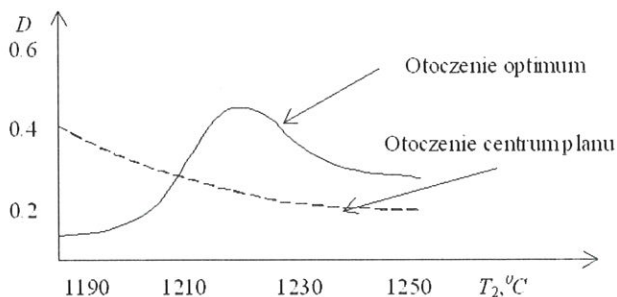
UWAGA KOŃCOWA

W chwili obecnej zagadnienia optymalizacji jakości wyrobów rozpatrywane są jako szczególny aspekt ogólnego problemu zagadnienia zarządzania jakością



Tablica 2. Rezultaty zadania optymalizacji.

P , t/godz	T_0 , °C	T_1 , °C	T_2 , °C	δ , mm	T , °C	ΔT , °C	μ_δ	μ_T	$\mu_{\Delta T}$	D
60	100	1194	1242	1,33	1206	9,41	0,91	0,85	0,56	0,46
	200	1134	1257	1,46	1207	9,29	0,82	0,82	0,56	0,46
	300	976	1249	1,63	1193	1,64	0,69	1	0,97	0,46
	400	1011	1221	1,71	1189	1,22	0,63	0,99	0,99	0,48
80	100	1245	1260	1,34	1204	4,44	0,90	0,89	0,82	0,98
	200	1299	1236	1,39	1203	2,63	0,85	0,92	0,91	0,92
	300	1076	1275	1,76	1193	1,45	0,59	1	0,48	0,47
	400	1072	1262	1,66	1189	0,62	0,67	0,98	1	0,76



Rysunek 14. Wpływ zmian parametrów technologicznych na kryterium globalne.

pracy zakładu tzn., uwzględniając jakość zarządzania zakładem jako całością. Przy tym coraz częściej powstają problemy oceny jakości finansowo-ekonomicznej i organizacyjnej działalności zakładów, na przykład, oceny jakości proponowanych kontraktów, inwestycji itd. W celu rozwiązywania podobnych problemów opracowaliśmy metodologię i odpowiednie oprogramowanie (Dimova i in., 2000-2001, 2002, Dymowa i in., 2001, 2002), z powodzeniem wdrożone w zakładach Rosji i Białorusi.

LITERATURA

Bellman, R., Zadeh, L.A., 1970, Decision making in fuzzy environment, *Management Science*, 17, 141-164.

Birger, I.A., Shorr, B.F., 1975, Thermal assurance of machine components, *Machine-building*. (in Russian).

Choi, D.-Y., Oh, K.-W., 2000, Asa and application to multi-criteria decision making, *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 89-102.

Chu, A., Kalaba, R., Springarn, R., 1979, A Comparison of two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets, *J. of Optimization Theory and Applications*, 27, 4, 531-538.

Dimova, L., Sevastianov, P., Zhestkova, E., (2000-2001), Multiobjective Evaluation of the Contract's Quality on the Base of the Fuzzy Sets Theory, *Prace naukowe, Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Częstochowie, MATEMATYKA VIII*, Częstochowa, 19-24.

Dimova, L., Rog, P., Sevastianov, P., (2002), Hyperfuzzy estimations of financial parameters, *Proc. of Int. Conf. "Mathematical Methods in Finance and Econometrics"*, Belarus, State University, Minsk, Belarus, June 20 - 22, 225-228.

Dubois, D., Koenig, J.L., 1991, Social choice axioms for fuzzy sets aggregation, *Fuzzy Sets and Systems*, 43, 257-274.

Dyckhoff, H., 1985, Basic concepts for theory of evaluation: hierarchical aggregation via autodistributive connectives in

fuzzy sets theory, *European J. Operation Research*, 20, 221-233.

Dymowa, L., Zeńkowska, A., Figat, P., (2001), Komputerowy system wspomaganie decyzji przy wyborze projektów inwestycyjnych. *Informatyka teoretyczna i stosowana / Computer Science*. Politechnika Częstochowska, Rocznik 1, 1, 09 - 118.

Dymowa, L., Figat, P., Sewastjanow, P., Zienkowska, A., (2002), System wspomaganie decyzji na podstawie wiedzy rozmytej, *XIV Górska Szkoła PTI, Szczyrk'2002*, 24-28 czerwca, 217-225.

Germejer, J., 1971, Introduction in the theory of operational researches, *Science, Moscow*. (in Russian).

Hauke, W., 1999, Using Yager's t-norms for aggregation of fuzzy intervals, *Fuzzy Sets and Systems*, 101, 59-65.

Kazancew, E.I. 1975, Industrial furnaces, *Metallurgy, Moscow*. (in Russian).

Maliewich, J.A., Sedjako, D.G., Popkowich, W.N., Sevastjanov, P.W., Dimowa, L.G., 1989, Optimization of the steel heating process in a pusher furnace with moving cross-beams, *Energetics, Minsk*, 8, 86-91. (in Russian).

Migdalas, A., Pardalos, P.M., 1996, Editorial: hierarchical and bilevel programming, *J. Global Optimization*, 8, 3, 209-215.

Mitra, G., 1988, *Mathematical Models for Decision Support*, Springer, Berlin.

Roubens, M., 1997, Fuzzy sets and decision analysis, *Fuzzy Sets and Systems*, 90, 199-206.

Saaty, T., 1977, A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures, *J. of Mathematical Psychology*, 15, 3, 234-281.

Shih, H.-S., Lee, E.S., 2000, Compensatory fuzzy multiple level decision making, *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 71-87.

Sevastianov, P., Tumanov, N., 1990, Multi-criteria identification and optimization of technological processes, *Science and Engineering, Minsk*. (In Russian).

Steblov, A.B., Djachenko, J.W., Timofeew, W.S., Timoshpolsky, W.I. Dimowa, L.G., 1991, The theoretic and experimental studies of the relative processes of scaling and decarbonization in the heating of uninterruptedly-casted ingots in the pusher furnace, *Energetics, Minsk*, 6, 104-108. (in Russian).

Yager, R., 1979, Multiple objective decision-making using fuzzy sets, *Int. J. Man-Mach. Studf*, 9, 4, 375-382.

Yager, R.R., 1988, On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making, *IEEE Trans. System Man and Cybern*, 18, 1, 183-190.

Zimmerman, H.J., Zysno, P., 1980, Latent connectives in human decision making, *Fuzzy Sets and Systems*, 4, 37-51.

Zimmerman, H.J., Zysno, P., 1983, Decision and evaluations by hierarchical aggregation of information, *Fuzzy Sets and Systems*, 104, 243-260.

Zimmerman, H.J., 1987, *Fuzzy Sets, Decision-Making and Expert Systems*, Kluwer Academic Publ., Dordrecht.

Artykuł otrzymano 18 marca 2003 r.