

OPTIMALIZACJA POŁOŻENIA PROGÓW CIĄGOWYCH WYKORZYSTYWANYCH W PROCESACH TŁOCZENIA BLACH

ARTUR MARCZEWSKI, WŁODZIMIERZ SOSNOWSKI

OPTIMIZATION OF DRAWBEAD POSITION IN SHEET METAL FORMING

Abstract

In this paper the optimization of drawbead position based on sensitivity analysis is considered. The finite element simulation of sheet metal forming process and "exact", direct differentiation method (DDM) of sensitivity analysis are used. The real drawbead geometry and its characteristics are replaced by the equivalent drawbead. The methodology of introducing the equivalent drawbead is presented. The difference between velocities calculated at two selected nodes of the workpiece is chosen as the objective function for the optimization algorithm. Gradients of this function with respect to the drawbead position parameter are evaluated by DDM. Calculated sensitivities are used as input for the optimization algorithm from which the new values of the design variable are obtained. The objective function is minimized yielding the optimal configuration of the drawbead. The theory is illustrated by numerical example.

1. WSTĘP

W ciągu ostatnich lat obserwujemy gwałtowny rozwój numerycznych metod optymalizacyjnych, które mają a na celu poprawienie parametrów konstrukcji inżynierskich, procesów technologicznych oraz zmniejszenie kosztów projektowania. Nowoczesne podejście do zagadnień optymalizacji opisano między innymi w takich podręcznikach jak (Arora, 1988), (Haftka i Gurdal, 1992).

Zadanie optymalizacji polega na poszukiwaniu minimalnej bądź maksymalnej wartości ustalonej funkcji celu przy wykorzystaniu informacji dotyczących wartości, kierunku i zwrotu gradientów tej funkcji liczonych względem parametrów decyzyjnych. Za parametry decyzyjne powinny być przyjęte takie

zmienne zadania, dla których nawet niewielkie zaburzenie wartości tych parametrów mają znaczący wpływ na zachowanie funkcji celu. Podstawą optymalizacji, opartej na metodach gradientowych, jest poprawne określenie pochodnych funkcji celu względem zmiennych decyzyjnych. Pochodne te wylicza się zazwyczaj za pomocą analizy wrażliwości.

Wrażliwość układu mechanicznego jest zazwyczaj definiowana jako pewna miara odpowiedzi tego układu na zmianę któregoś z jego parametrów. Dobrą, bo jednoznaczną miarą wrażliwości badanych funkcji charakteryzujących dany układ są gradienty (pochodne) tej funkcji względem jej argumentów. Wyliczenie tych pochodnych nie sprawia kłopotów gdy funkcje dane są w postaci jawnej. Niestety często ważne wielkości charakteryzujące istotne cechy układu np. pole

prędkości przemieszczeń, nie dają się zapisać jako proste funkcje parametrów geometrycznych. Dlatego do ich wyznaczenia stosuje się różne metody analizy wrażliwości.

Do podstawowych metod analizy wrażliwości należą: Metoda Bezpośredniego Różniczkowania (MBR), Metoda Zmiennych Sprzężonych (MZS), oraz Metoda Różnic Skończonych (MRS) (Kleiber i in., 1997). W metodach MBR i MZS wartości pochodnej funkcji celu względem parametrów decyzyjnych określa się w sposób ścisły. MZS nie jest metodą efektywną, gdy rozpatrujemy zadanie, w którym mamy dużo ograniczeń funkcji celu. Metoda ta nadaje się za to bardzo dobrze do rozwiązywania zagadnień analizy wrażliwości z dużą liczbą zmiennych decyzyjnych. W przypadku zadań z dużą liczbą ograniczeń, a małą ilością zmiennych decyzyjnych lepiej jest stosować MBR. MRS jest metodą przybliżonego określania wartości pochodnej funkcji celu i wyniki uzyskane przy jej wykorzystaniu obciążone są dużym błędem. Dlatego powinna być stosowana do analizy wrażliwości jedynie w wyjątkowych przypadkach.

W procesach symulacji tłoczenia metali najodpowiedniejszą metodą analizy wrażliwości jest MBR. Pozwala na ścisłe wyznaczenie dokładnych wartości gradientów funkcji celu w całym obszarze dziedziny projektowej (tj. we wszystkich punktach dyskretyzowanej blachy).

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie i implementacja algorytmów analizy wrażliwości, opracowanych wcześniej przez z drugiego z autorów dla zadań dwuwymiarowych i opisanych w pracach (Kleiber i Sosnowski, 1995), (Sosnowski i Kleiber, 1996), (Sosnowski, 2000), (Sosnowski, 2001), w programie Metody Elementów Skończonych (MES), opracowanym przez prof. Carlosa Ageleta de Saracibara Boscha (Agelet, 1990). Program jest przeznaczony do symulacji numerycznej procesów głębokiego tłoczenia blach w trzech wymiarach. W programie do opisu zachowania deformowanej blachy wykorzystuje się teorię sztywno-lepkoplastycznego (lub sztywno-plastycznego) płynięcia materiału (Perzyna, 1966), (Zienkiewicz i Godbole, 1979). Zastosowano w nim kilka modeli tarcia. Do obliczeń zamieszczonych w pracy będzie używany model tarcia Coulomba. Algorytm uwzględniający opis zjawisk związanych z kontaktem i tarcie, wykorzystywany w programie MES, jest opisany w pracy (Wriggers i in., 1985).

Analiza wrażliwości odpowiedzi układu na niewielkie zaburzenia zmiennych projektowych jest przeprowadzana przy użyciu MBR. W pracy badano dwa przypadki analizy wrażliwości: wrażliwość na współczynniki materiałowe i wrażliwość na współczynniki kształtu (zwaną wrażliwością kształtu). Pierwszy przypadek obejmował analizę wrażliwości

prędkości w węzłach deformowanej blachy na zmianę współczynnika tarcia na powierzchniach kontaktu blachy z narzędziami sztywnymi, drugi analizę wrażliwości prędkości w węzłach blachy na zmianę współczynnika opisującego położenie węzłów wybranego narzędzia (prugu ciągowego).

Opracowano nowe podprogramy, służące do ścisłego określania wartości pochodnych odpowiednich wielkości względem parametrów decyzyjnych. Nieliniowy układ równań MES jest rozwiązywany przy użyciu procedury Newtona-Raphsona (Zienkiewicz i Taylor, 1991), z wykorzystaniem stycznej macierzy sztywności. Procedura analizy wrażliwości uaktywnia się na końcu procesu symulacji numerycznej MES.

W pracy zaprezentowane będą wyniki obliczeń określania wrażliwości prędkości węzłów blachy na zmianę współczynników materiałowych i niemateriałowych. Na podstawie analizy wrażliwości przeprowadzano optymalizację położenia prugu ciągowego. Pokazany zostanie również wpływ wartości sił oporu prugu ciągowego na końcowy kształt wytłoczki.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE

W programie numerycznym stosowana jest teoria sztywno-lepkoplastycznego zachowania się materiału. Podstawy teoretyczne tego modelu omawiane są w pracach (Perzyna, 1966), (Zienkiewicz i Godbole, 1979). Podstawowe równania są identyczne z równaniami nieściśliwej lepkiej cieczy. Główne niewiadome tych równań to prędkości cząstek materii i prędkości deformacji.

Równanie mocy wirtualnych zapisane jest w tym przypadku w postaci

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega = \int_{\Omega} f_i \delta v_i d\Omega + \int_{\partial\Omega_t} t_i \delta v_i d(\partial\Omega) \quad (1)$$

$i, j = 1, \dots, 3$

gdzie v_i oznacza pole prędkości, ε_{ij} tensor prędkości deformacji, f_i jest wektorem sił masowych działających w objętości $d\Omega$, t_i wektorem sił powierzchniowych działających na powierzchni $d(\partial\Omega)$.

Naprężenia wyliczane są z równania konstytutywnego

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= s_{ij} + p\delta_{ij} \\ s_{ij} &= 2\mu^* \varepsilon_{ij} \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie s_{ij} jest dewiatorem tensora naprężeń Cauchy'ego, p oznacza średnie naprężenie normalne, a δ_{ij} jest delta Kronecker'a. Funkcja konstytutywna μ^* jest definiowana w postaci

$$\mu^* = \frac{\bar{\sigma}}{3\bar{\epsilon}} = \frac{1}{3\bar{\epsilon}} \left[\sigma_y + \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\gamma} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad (3)$$

gdzie, σ_y jest aktualnym naprężeniem plastycznego płynięcia materiału blachy, $\bar{\sigma}$ naprężeniem zastępczym (efektywnym)

$$\bar{\sigma} = \left(\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

$\dot{\bar{\epsilon}}$ oznacza zastępczą (efektywną) niesprężystą prędkość odkształcenia,

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

γ, n są parametrami fizycznymi sztywnolepkoplastycznego modelu materiału.

W przypadku materiału ze wzmocnieniem granica plastyczności $\sigma_y(\bar{\epsilon})$ jest funkcją zastępczego (efektywnego) naprężenia plastycznego $\bar{\epsilon}$, dlatego $\bar{\epsilon}$ musi być liczone jako całka po czasie $\dot{\bar{\epsilon}}$.

Rzeczą niezwykle korzystną z uwagi na efektywność obliczeń numerycznych jest analogia powyższych równań i równań opisujących małe odkształcenia nieściśliwych ciał sprężystych. Pozwala ona rozwiązywać wiele problemów plastycznego płynięcia za pomocą programów numerycznych przeznaczonych do analizy zagadnień sprężystych.

W przypadku symulacji procesów tłoczenia blach rzeczywisty trójwymiarowy proces modelowany jest poprzez wykorzystanie teorii powłok. Duże odkształcenia plastyczne cienkiej metalowej powłoki (blachy) wyliczane są z tych samych wzorów co odkształcenia nieściśliwej powłoki sprężystej. Założenie o płaskim stanie naprężenia przyjmowane w teorii powłok pozwala na spełnienie warunku nieściśliwości poprzez modyfikacje zmieniającej się podczas procesu odkształcania grubości powłoki w taki sposób, aby zachowała stałą objętość.

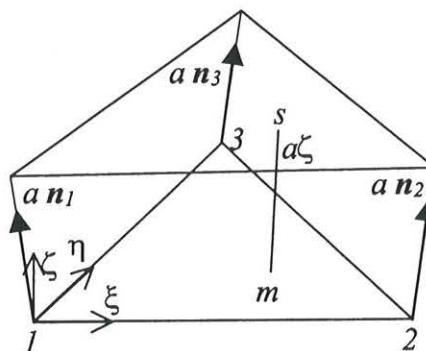
Po dyskretyzacji Metodą Elementów Skończonych (MES), macierz sztywności \mathbf{K} zależy od prędkości w węzłach zdyskretyzowanej blachy $\dot{\mathbf{q}}$ poprzez parametr μ^* . W celu znalezienia poszukiwanego wektora $\dot{\mathbf{q}}$ należy rozwiązać podstawowy układ MES na drodze iteracyjnej

$$\mathbf{K}^{(k)} \left[\mu^* \left(\dot{\mathbf{q}}^{(k)} \right) \right] \dot{\mathbf{q}}^{(k+1)} = \mathbf{Q} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

gdzie \mathbf{Q} oznacza wektor sił zewnętrznych w węzłach zdyskretyzowanej blachy, a k jest numerem aktualnej iteracji.

3. UWZGLĘDNIENIE ZJAWISKA KONTAKTU

O efektywności programów symulujących procesy tłoczenia blach decyduje dokładność opisu zjawiska kontaktu. Skuteczny algorytm uwzględniający zjawisko kontaktu pomiędzy powierzchniami blachy i narzędzi sztywnych został przedstawiony w (Wriggers i in., 1985). Na rysunku 1 przedstawiono węzeł powierzchni deformowanej i element powierzchni sztywnej będące w kontakcie. Przez s oznaczono węzeł blachy, nazywany węzłem podporządkowanym, natomiast przez m oznaczono jego rzut na element powierzchni sztywnej, nazywanej powierzchnią główną.



Rysunek 1. Względna pozycja węzła blachy s i trójkątnego elementu narzędzia 1-2-3.

Oznaczając przez \mathbf{X}_s współrzędne węzła s

$$\mathbf{X}_s = N_i(\xi, \eta) (\mathbf{x}_i - a\zeta \mathbf{n}_i) \quad (7)$$

oraz przez \mathbf{X}_m współrzędne węzła m

$$\mathbf{X}_m = N_i(\xi, \eta) \mathbf{x}_i \quad (8)$$

różnicę współrzędnych pomiędzy węzłem s i jego rzutem na element powierzchni sztywnej można zapisać wzorem

$$\mathbf{X}_s - \mathbf{X}_m = N_i(\xi, \eta) (\mathbf{x}_i - a\zeta \mathbf{n}_i) - N_i(\xi, \eta) \mathbf{x}_i = -a\zeta N_i(\xi, \eta) \mathbf{n}_i \quad (9)$$

\mathbf{x}_i oznacza współrzędną węzła i powierzchni sztywnej, \mathbf{n}_i normalną w węzle i , N_i jest odpowiednią składową macierzy funkcji kształtu zapisaną we współrzędnych naturalnych ξ, η , zaś $a\zeta$ jest względną odległością pomiędzy węzłami s i m . Indeks i oznacza numer węzła elementu powierzchni sztywnej i przyjmuje wartości $i = 1, 2, 3$. Odległość pomiędzy węzłem powierzchni deformowanej, a elementem powierzchni sztywnej można zapisać wzorem

$$g_s = -a\zeta N_i(\xi, \eta) \mathbf{n}_i \frac{N_i(\xi, \eta) \mathbf{n}_i}{\|N_i(\xi, \eta) \mathbf{n}_i\|} = -a\zeta \bar{\mathbf{n}} \quad (10)$$

Przyjmuje się, że węzły blachy i narzędzi sztywnych są ze sobą w kontakcie, gdy spełniony jest waru-

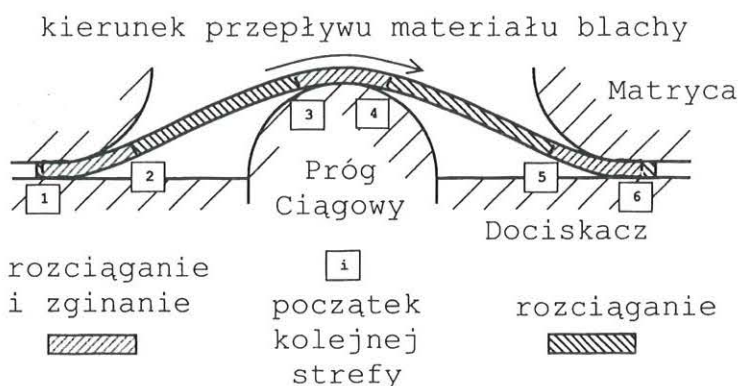
nek $g_s \leq 0$. Nierówność $g_s > 0$ oznacza, że ciała nie stykają się ze sobą. Funkcja g_s jest wykorzystywana do określenia sił rezydualnych \mathbf{R}_c uwzględniających zjawisko kontaktu i sił rezydualnych \mathbf{R}_f uwzględniających zjawisko tarcia. Pochodna cząstkowa funkcji g_s względem współczynnika tarcia μ będzie wykorzystywana do ścisłego określania wrażliwości prędkości węzłowych względem współczynnika tarcia.

Zjawisko kontaktu traktowane jest w sposób różny w programie dwu i trójwymiarowym. Podstawowa różnica dotyczy sposobu wyliczania normalnych do powierzchni sztywnych. W programie dwuwymiarowym (2D) liczona jest normalna do elementu narzędzia. W programie trójwymiarowym (3D) liczona jest normalna w węźle, określana jako średnia z normalnych do powierzchni elementów zawierających dany węzeł. Pozwala to na uniknięcie niepożądanego penetracji węzłów powierzchni deformowanej wewnątrz elementów powierzchni sztywnej, co nastąpiłoby ze względu na nieciągłość normalnej. Dzięki wektorom normalnym w węzłach narzędzi \mathbf{n}_i i elementowym funkcjom kształtu N_i , możliwe jest wyznaczenie normalnej do powierzchni elementu jako sumy normalnych węzłowych, $\mathbf{n}_m = N_i \mathbf{n}_i$, w każdym punkcie elementu, a w szczególności w punkcie m . Normalne w węzłach służą również do wyznaczenia powierzchni zawierającej węzeł blachy s , poprzez wyskalowanie zmiennej a . Obliczając względną odległość $a\zeta$ węzła blachy od powierzchni sztywnej, możliwe jest wyznaczenie funkcji g_s .

W celu otrzymania wzorów analogicznych jak w przypadku dwuwymiarowym, zastępujemy we wzorze (10) normalne, funkcje kształtu i ich normę jedną wielkością $\bar{\mathbf{n}}$. Dzięki temu wzory z zadania trójwymiarowego mają taką samą postać jak wzory z zadania dwuwymiarowego.

4. UWZGLĘDNIENIE ZJAWISKA TARCIA

W programach symulujących procesy deformacji znaczącą rolę odgrywa wpływ zjawiska tarcia pomiędzy



Rysunek 2. Przeciąganie blachy przez próg ciągowy z zaznaczeniem kolejnych stref rozciągania-zginania i rozciągania blachy.

dzy blachą a narzędziami sztywnymi. Wykorzystuje się najczęściej pewne modyfikacje idealnych, klasycznych, praw tarcia takich jak np. klasyczne prawo tarcia Coulomba (Sosnowski, 2001). Zmodyfikowane modele lepiej odzwierciedlają rzeczywiste zjawiska fizyczne. Są one także stosowane ze względów numerycznych. W programie wykorzystywane jest zmodyfikowane prawo Coulomba opisane w pracy (Kleiber i Sosnowski, 1995), (Sosnowski i Kleiber, 1996).

5. UWZGLĘDNIENIE ZJAWISKA PŁYNIĘCIA MATERIAŁU PRZEZ PRÓG CIĄGOWY

W procesie tłoczenia metali stosuje się wiele zabiegów technologicznych mających na celu uzyskanie wytłoczki o zadanych przez projektanta właściwościach i kształcie. Jednym z ważnych czynników mających wpływ na kształt i właściwości produktu końcowego jest prędkość płynięcia materiału blachy. Najczęściej stosowanym sposobem kontrolowania prędkości materiału blachy wpływającego pod stempelem jest użycie dociskaczy. Siły oporu generowane są poprzez tarcie pomiędzy blachą a narzędziami sztywnymi (stempelem, matrycą, dociskaczem). Jednakże dociskacz nie kontroluje całego przepływu materiału, pozostają obszary blachy nie mające kontaktu z dociskaczem. Ponadto zbyt duża siła docisku dociskacza może powodować uszkodzenie blachy, jej pęknięcie.

Dlatego w procesie tłoczenia oprócz dociskaczy stosuje się dodatkowe narzędzie sztywne, próg ciągowy. Próg ciągowy składa się z dwóch części składowych, progu właściwego i pasującego do niego wyżłobienia (Meinders, 2000).

Umiejscowienie i kształt progu ciągowego ma duży wpływ na końcowy stan wytłoczki. Poprzez umiejętne sterowanie położeniem i wielkością przekroju progu możliwe jest wyrównanie oporów płynięcia materiału blachy, a co za tym idzie wyrównanie oporów wytlaczania. Dzięki temu możliwe jest zapobieżenie takim niekorzystnym zjawiskom jak fałdowanie kołnierza blachy, czy też pęknięcie ścianek wytłoczki. Do sterowania położeniem progu, może być stosowana analiza wrażliwości metodami ścisłymi, np. Metodą Bezpośredniego Różniczkowania. Materiał przechodząc przez próg ciągowy wprowadzany jest w dwa stany: zginanie i rozciąganie. Jak to pokazano na rysunku 2 blacha zginana i rozciągana jest na promieniach krzywizn, zaś tylko rozciągana pomiędzy nimi (Marciniak i Duncan, 1992). Cykliczne zginanie i rozciąganie przepływającej przez próg ciągowy blachy powoduje, że generowana jest dodatkowa siła oporu, zwana siłą oporu progu ciągowego.

go. Ponadto obserwuje się wzrost poziomu odkształceń i naprężeń w każdej z kolejnych stref zginania i rozciągania płynącego materiału blachy.

Dzięki przejściu blachy przez próg ciągowy znacząco wzrastają naprężenia, co jest zjawiskiem korzystnym, ze względu na umocnienie materiału blachy.

5.1. Zastępczy element progu ciągowego

W symulacjach numerycznych tłoczenia blach w trzech wymiarach, rzeczywista geometria progu ciągowego jest rzadko używana. Wynika to z faktu, że opis rzeczywistej geometrii progu pociąga za sobą konieczność generacji bardzo dużej liczby małych elementów skończonych, będących w sposób dokładny opisać niewielkie, w porównaniu z innymi narzędziami, wymiary progu ciągowego. Tak duża liczba elementów zwiększa automatycznie czas potrzebny do przeprowadzenia symulacji. Dlatego w dyskretyzacji narzędzi używa się zastępczego elementu progu ciągowego. Różne sposoby wprowadzania zastępczego elementu przedstawione są w pracach (Haug i in., 1991), (Taylor i in., 1993), (Rojek i in., 1999).

Element zastępczego progu ciągowego pozwala znacząco zmniejszyć rozmiary zadania tzn. liczbę potrzebnych stopni swobody. Umożliwia również łatwą modyfikację położenia i kształtu rzeczywistego progu ciągowego, jest więc elastycznym narzędziem projektowym. Fakt ten czyni go bardzo użytecznym w zadaniach symulacji, analizy wrażliwości i optymalizacji. W pracy element zastępczego progu ciągowego jest elementem belkowym.

Na element progu ciągowego działa siła oporu. W większości prezentowanych prac przyjmuje się stałą wartość tej siły. Jednakże przeprowadzane eksperymenty pokazują, że siła osiąga wartość stabilną dopiero gdy cząstka blachy zostanie przeciągnięta przez cały próg ciągowy.

Aby określić siłę oporu działającą na próg ciągowym należy przeprowadzić eksperyment laboratoryjny lub eksperyment numeryczny, czyli dwuwymiarową symulację przeciągania blachy przez próg ciągowy. Tak wyznaczona siła może być następnie wykorzystana w trójwymiarowej symulacji numerycznej.

W symulacji numerycznej w trzech wymiarach, siła oporu progu ciągowego działa na elementy blachy będące w kontakcie z elementami zastępczego progu. Kierunek tej siły jest odwrotny do kierunku przepływu materiału blachy. Siła oporu wprowadzona jest do równań równowagi (6) jako dodatkowa siła zewnętrzna

$$K\dot{q} = Q - R + F_{db} \quad (11)$$

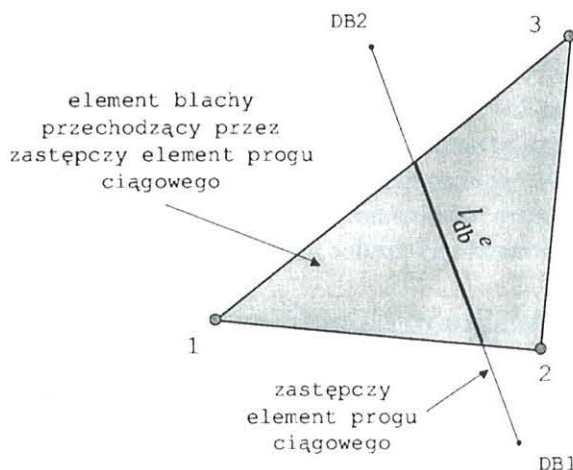
gdzie F_{db} oznacza całkowitą siłę oporu progu ciągo-

wego, Q jest wektorem obciążeń zewnętrznych, a R jest wektorem sił rezydualnych.

Całkowita siła F_{db} liczona jest po wszystkich elementach e blachy, przechodzących przez zastępczy element progu ciągowego

$$F_{db} = \sum_e f_{db} l_{db}^e \quad (12)$$

gdzie f_{db} jest wyznaczoną w eksperymencie siłą oporu progu ciągowego na jednostkę długości, a l_{db}^e jest rzeczywistą długością linii progu wewnątrz elementu blachy, tak jak to przedstawia rysunek 3. Siła $f_{db} l_{db}^e$ jest następnie przekazywana do węzłów elementu blachy.



Rysunek 3. Zastępczy element progu ciągowego i będący z nim w kontakcie element blachy.

6. ANALIZA WRAŻLIWOŚCI

Dzięki symulacji numerycznej możemy rozwiązać szereg skomplikowanych problemów nieliniowej mechaniki. Jednakże sama symulacja numeryczna procesu nie odpowiada na pytanie, jak zmienić kształt narzędzia, czy warunki tarcia pomiędzy narzędziem a blachą, aby poprawić jakość wytłoczki. Należy wielokrotnie metodą prób i błędów modyfikować kształt narzędzia, lub warunki procesu i powtarzać symulacje numeryczne aż do uzyskania zadawalających wyników.

Nowe perspektywy dla zastosowań metod komputerowych w mechanice otwiera analiza wrażliwości nieliniowej odpowiedzi układu na zmianę jego parametrów. Pozwala ona, bez żmudnego powtarzania symulacji numerycznych, określić jak zmienią się cechy układu przy nawet niewielkich zmianach jednego, lub kilku z jego parametrów. Parametrami tymi mogą być zarówno wielkości charakteryzujące materiał i występujące w prawie konstytutywnym (np. współczynnik tarcia), jak i wielkości opisujące geometrię układu. W przypadku wyboru pierwszej grupy parametrów



mówimy o analizie wrażliwości na parametry materiałowe, w drugim przypadku o analizie wrażliwości na parametry kształtu (wrażliwość kształtu).

Przyjmijmy, że interesujemy się wrażliwością funkcjonału $\Phi[\mathbf{s}(\mathbf{h}), \dot{\mathbf{q}}(\mathbf{h}); \mathbf{h}]$ względem dowolnych parametrów układu ułożonych w wektor \mathbf{h} . Zakłada się znajomość zależności funkcjonału Φ od argumentów \mathbf{h} . Zależność dewiatora naprężenia \mathbf{s} i wektora prędkości $\dot{\mathbf{q}}$ od \mathbf{h} nie jest znana.

Stosowana w pracy Metoda Bezpośredniego Różniczkowania polega na wyznaczeniu pochodnej funkcjonału Φ względem parametru \mathbf{h} w celu otrzymania wrażliwości w postaci

$$\frac{d\Phi}{d\mathbf{h}} = \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{h}} + \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{s}} \frac{d\mathbf{s}}{d\mathbf{h}} + \frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\mathbf{q}}} \frac{d\dot{\mathbf{q}}}{d\mathbf{h}} \quad (13)$$

w którym tylko pochodne cząstkowe $\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{h}}$, $\frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{s}}$ oraz $\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\mathbf{q}}}$ mogą być policzone w sposób bezpośredni drogą różniczkowania danych zależności i podstawienia wyników uzyskanych wcześniej w wyniku rozwiązania problemu równowagi. Pozostałe pochodne wymagają wyznaczenia na drodze numerycznej.

6.1. Analiza wrażliwości na parametry materiałowe

W pracy wykorzystano algorytm analizy wrażliwości opracowany dla zagadnień dwuwymiarowych w pracach (Kleiber i Sosnowski, 1995), (Sosnowski i Kleiber, 1996). W pracy (Sosnowski i Kleiber, 1996) Metoda Bezpośredniego Różniczkowania została wykorzystana do badania wrażliwości rozkładu grubości blachy na niewielkie zmiany współczynnika tarcia.

Wektor $\bar{\mathbf{n}}$ w przypadku zadania trójwymiarowego ma inną interpretację niż w zadaniu dwuwymiarowym. Wektor ten jest zdefiniowany we wzorze 10.

Za parametr decyzyjny przyjęto współczynnik tarcia μ wg prawa Coulomba. Określano, jaki wpływ ma zaburzenie tego współczynnika na prędkości węzłowe blachy $\dot{\mathbf{q}}$. Jeżeli pewna funkcja opisująca zachowanie układu zależy od wybranego parametru decyzyjnego to wpływ zaburzeń tego parametru na rozkład wartości tej funkcji można określić badając jej pierwszą pochodną względem parametru decyzyjnego. Aby wyznaczyć pochodną $\frac{d\dot{\mathbf{q}}}{d\mu}$ należy zróżniczkować obustronnie równanie równowagi MES według poniższego wzoru

$$(\mathbf{K}_T + \mathbf{K}_c + \mathbf{K}_f) \frac{d\dot{\mathbf{q}}}{d\mu} = \frac{d}{d\mu} [\mathbf{R} + \mathbf{R}_c + \mathbf{R}_f]_{\dot{\mathbf{q}} \neq \dot{\mathbf{q}}(\mu)} \quad (14)$$

\mathbf{K}_T jest macierzą stycznią, \mathbf{K}_c macierzą uwzględniającą zjawisko kontaktu, zaś \mathbf{K}_f jest macierzą uwzględniającą zjawisko tarcia. Oznaczenie po prawej stronie informuje, że pochodna $\frac{d\dot{\mathbf{q}}}{d\mu}$ powinna być obliczana przy założeniu, że wektor $\dot{\mathbf{q}}$ na danym przyrostie nie zależy od współczynnika tarcia μ . Założenie to wynika z faktu, że prawą stronę układu równań (14) budujemy na danym kroku przyrostowym na podstawie znanego rozwiązania z poprzedniego kroku i traktujemy w bieżącym kroku jako wielkość stałą (Kleiber i in., 1997).

Siły rezydualne wynikające z uwzględnienia zjawiska kontaktu można zapisać wzorem

$$\mathbf{R}_c = \sum_s -\epsilon \mathbf{A}_s^{(e)T} \bar{\mathbf{n}} g_s \theta \Delta t \quad (15)$$

Siły rezydualne wynikające z uwzględnienia zjawiska tarcia wyraża zależność

$$\mathbf{R}_f = \sum_s -\mu \epsilon \mathbf{A}_s^{(e)T} \frac{\dot{\mathbf{q}}_{slip}}{\|\dot{\mathbf{q}}_{slip}\|} g_s \theta \Delta t \quad (16)$$

ϵ jest współczynnikiem kary, $\mathbf{A}_s^{(e)}$ jest elementową macierzą transformacji, zaś $\dot{\mathbf{q}}_{slip}$ jest prędkością poślizgu. θ jest parametrem całkowania numerycznego, zaś Δt jest przyrostem czasowym. Pochodne poszczególnych sił rezydualnych względem współczynnika tarcia przyjmują postać

$$\frac{d\mathbf{R}_c}{d\mu} \Big|_{\dot{\mathbf{q}} \neq \dot{\mathbf{q}}(\mu)} = \sum_s -\epsilon \mathbf{A}_s^{(e)T} \bar{\mathbf{n}} \frac{dg_s}{d\mu} \theta \Delta t \quad (17)$$

$$\frac{d\mathbf{R}_f}{d\mu} \Big|_{\dot{\mathbf{q}} \neq \dot{\mathbf{q}}(\mu)} = \sum_s -\epsilon \mathbf{A}_s^{(e)T} \frac{\dot{\mathbf{q}}_{slip}}{\|\dot{\mathbf{q}}_{slip}\|} g_s \theta \Delta t - \sum_s -\mu \epsilon \mathbf{A}_s^{(e)T} \frac{\dot{\mathbf{q}}_{slip}}{\|\dot{\mathbf{q}}_{slip}\|} \frac{dg_s}{d\mu} \theta \Delta t \quad (18)$$

Występująca we wzorach (17) i (18) pochodna funkcji g_s , opisującej odległość pomiędzy blachą a narzędziem, względem współczynnika tarcia μ jest wyrażona w postaci

$$\frac{dg_s}{d\mu} \Big|_{\dot{\mathbf{q}} \neq \dot{\mathbf{q}}(\mu)} = \bar{\mathbf{n}} \left[\frac{d\mathbf{X}_s}{d\mu} + (1 - \theta) \Delta t \mathbf{A}_s^{(e)} \frac{d^t \dot{\mathbf{q}}}{d\mu} \right] \quad (19)$$

Otrzymane w ten sposób wielkości podstawiamy do równania (14). Należy zauważyć, że pochodna $\frac{d^t \dot{\mathbf{q}}}{d\mu}$ liczona jest w kroku poprzednim i zachowywana w pamięci do obliczeń wrażliwości.

6.2. Analiza wrażliwości na parametry kształtu

W przypadku optymalizacji procesów tłoczenia blach przydatna okazuje się znajomość wrażliwości

funkcji rozkładu naprężeń, odkształceń, grubości lub różnych form energii wewnątrz deformowanej blachy na parametry kształtu narzędzi (stempla, matrycy, dociskaczy, progów ciągowych).

Jeśli zmiany parametru kształtu nie są duże, właściwą miarą wrażliwości może być pierwsza pochodna (gradient) danej funkcji względem tego parametru.

We wrażliwości kształtu funkcjonal Φ dany w konfiguracji aktualnej musi być odwzorowany do konfiguracji odniesienia. Odwzorowanie to odbywa się za pomocą wyznacznika J macierzy Jacobianu.

Równanie (1) w konfiguracji odniesienia ma postać

$$\int_{\Omega_0} (\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} - f_i \delta v_i) J d\Omega_0 - \int_{\partial\Omega_0} t_i \delta v_i \partial J d(\partial\Omega_0) = 0$$

$$i, j = 1, \dots, 3 \quad (20)$$

gdzie ∂J definiuje transformację powierzchni do konfiguracji odniesienia.

6.2.1. Wrażliwość pól prędkości

Po linearyzacji funkcjonału (20) gradienty pól prędkości względem wektora parametrów kształtu \mathbf{h} przyjmują postać

$$\mathbf{K} \frac{d\dot{\mathbf{q}}}{d\mathbf{h}} = - \int_{\Omega_0} 2\mathbf{B}^T \left(\frac{d\mu^*}{d\mathbf{h}} \mathbf{B} + \mu^* \frac{d\mathbf{B}}{d\mathbf{h}} \right) \dot{\mathbf{q}} J d\Omega_0 -$$

$$\int_{\Omega_0} 2\mu^* \left(\frac{d\mathbf{B}}{d\mathbf{h}} \right)^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} J d\Omega_0 - \int_{\Omega_0} 2\mu^* \mathbf{B}^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} \frac{dJ}{d\mathbf{h}} d\Omega_0 -$$

$$\int_{\Omega_0} \left(\frac{d\mathbf{B}}{d\mathbf{h}} \right)^T \mathbf{p} \mathbf{I} J d\Omega_0 - \int_{\Omega_0} \mathbf{B}^T \mathbf{p} \mathbf{I} \frac{d(\partial J)}{d\mathbf{h}} d\Omega_0 \quad (21)$$

gdzie \mathbf{B} jest macierzą wiążącą prędkości odkształceń z prędkościami.

W plastyczności wpływ pola ciśnień \mathbf{p} na pole prędkości $\dot{\mathbf{q}}$ może być pominięty i dwa ostatnie wyrażenia w równaniu (21) znikają.

Prawa strona powyższego wyrażenia była obliczona metodą bezpośredniego różniczkowania. Różniczkowanie ułatwia fakt, że w sformułowaniu wykorzystano elementy izoparametryczne.

Zauważmy, że po lewej stronie równań (6) i (21), zarówno dla problemu podstawowego, jak i problemu wrażliwości, pojawia się ta sama macierz sztywności \mathbf{K} . Fakt ten czyni algorytm rozwiązania bardzo efektywnym.

Wrażliwość funkcji konstytutywnej μ^* względem wektora parametrów kształtu \mathbf{h} liczona jest jako

$$\frac{d\mu^*}{d\mathbf{h}} = \frac{\partial \mu^*}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \frac{d\dot{\mathbf{q}}}{d\mathbf{h}} \quad (22)$$

Lepkość μ^* zależy od przemieszczeń w sposób $\mathbf{q} = \dot{\mathbf{q}} \Delta t$, gdzie Δt oznacza przyrost czasowy.

Różniczkując równanie (3) otrzymujemy

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \frac{\partial \mu^*}{\partial \dot{\epsilon}} \frac{\partial \dot{\epsilon}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mu^*}{\partial \dot{\epsilon}} = \frac{1}{3\dot{\epsilon}^2} \left[-\sigma_y + \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\gamma} \right)^{\frac{1}{n}} \right] \quad (24)$$

$$\frac{\partial \dot{\epsilon}}{\partial \dot{\mathbf{e}}} = \frac{2 \dot{\epsilon}^T}{3 \dot{\epsilon}} = \frac{2}{3\dot{\epsilon}} \mathbf{B}^T \dot{\mathbf{q}} \quad (25)$$

$$\frac{d\dot{\epsilon}}{d\dot{\mathbf{q}}} = \frac{d}{d\dot{\mathbf{q}}} (\mathbf{B}\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{B} \quad (26)$$

We wrażliwości kształtu pochodna macierzy \mathbf{B} względem parametrów kształtu h_k jest aktywna tylko w obszarach kontaktu pomiędzy blachą a węzłami narzędzia będącymi danymi parametrami kształtu

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial h_k} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial h_k} \quad (27)$$

W przypadku wyboru danego węzła narzędzia jako parametru kształtu ($h_k = X_j$), powyższe wyrażenie upraszcza się do postaci

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial X_j} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (28)$$

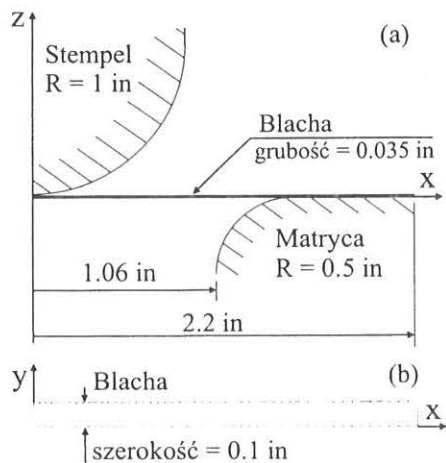
7. PRZYKŁADY NUMERYCZNE

Poniżej zostaną przedstawione przykłady wyznaczenia wrażliwości Metodą Bezpośredniego Różniczkowania. Przykłady pierwszy i drugi dotyczyły wyznaczania wrażliwości na współczynniki materiałowe. W pierwszym przykładzie liczone wrażliwości prędkości węzłowych na zmiany współczynnika tarcia. Porównano wyniki uzyskane programem trójwymiarowym z wynikami uzyskanymi programem dwuwymiarowym. Przykład drugi ilustruje rozkład wrażliwości dla procesu głębokiego tłoczenia w przypadku 3D, z użyciem dociskacza.

Przykłady trzeci, czwarty i piąty dotyczą użycia w procesie tłoczenia dodatkowego narzędzia sztywne jakim jest próg ciągowy. W przykładzie trzecim przeprowadzana jest analiza oporów płynięcia materiału blachy przez próg ciągowy. Przykład czwarty pokazuje wpływ sił oporu progu ciągowego na końcowy kształt wytłoczki. Ostatni przykład piąty dotyczy optymalizacji, przy użyciu analizy wrażliwości na współczynniki kształtu, położenia progu ciągowego.

7.1. Przykład pierwszy

Ze względu na symetrię układu, rozpatrywano jego połowę. Geometrię blachy i narzędzi, oraz sposób



Rysunek 4. Geometria 1/2 układu narzędzi i blachy, (a) widok z boku, (b) widok z góry.

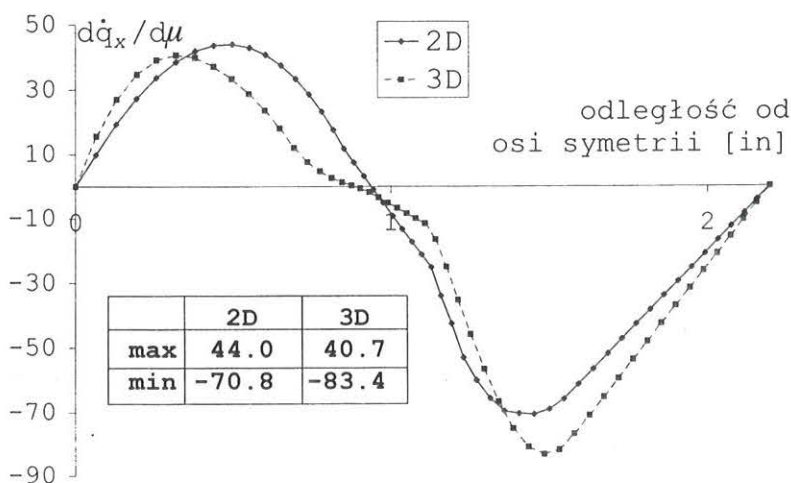
dyskretyzacji (dla 1/2 układu) przedstawia rysunek 4. W celu porównania wyników obliczeń z wynikami z programu dwuwymiarowego, jednostkami zadania są cale (in) i tony (ton). Przyjęto początkową grubość blachy równą 0,035 cala. W przypadku 2D blacha znajduje się w Płaskim Stanie Naprężenia (PSN). Przyjęto współczynnik tarcia $\mu = 0,04$. Blachę podzielono na 100 trójkątnych elementów skończonych Kirchhoffa. Prawo konstytutywne opisujące zachowanie materiału przyjęto w postaci

$$\bar{\sigma} = 5.4 + 27.8\bar{\epsilon}^{0.504} \quad [\text{ton/in}^2], \quad \text{dla } \bar{\epsilon} \leq 0.36$$

$$\bar{\sigma} = 5.4 + 24.4\bar{\epsilon}^{0.504} \quad [\text{ton/in}^2], \quad \text{dla } \bar{\epsilon} > 0.36$$

Końcowe przemieszczenie stempla wynosiło 1,17 cala i zostało uzyskane w 381 krokach czasowych. Proces tłoczenia odbywał się z zamocowanym brzegiem blachy.

Wykresy wrażliwości sporządzono dla kolejnych punktów węzłowych rozmieszczonych wzdłuż osi X. Porównanie wykresów wrażliwości składowych prędkości węzłowych \dot{q}_x , na zaburzenie współczynnika tarcia μ , $\frac{d\dot{q}_x}{d\mu}$, dla zadania dwuwymiarowego (2D) i



Rysunek 5. Porównanie wykresów wrażliwości $\frac{d\dot{q}_x}{d\mu}$, dla kolejnych węzłów blachy położonych wzdłuż osi X.

zadania trójwymiarowego (3D), przedstawia rysunek 5. Wrażliwość składowych prędkości węzłowych \dot{q}_x , na zaburzenie współczynnika tarcia μ , $\frac{d\dot{q}_x}{d\mu}$, dla przypadku 2D i 3D przedstawia rysunek 6.

Rozkład wrażliwości jest w przypadku obydwu symulacji, w 2D i 3D, bardzo zbliżony. Różnice wynikają w zasadzie z różnej dyskretyzacji przykładów w 2D i 3D, oraz ze wspomnianego powyżej nieco innego opisu kontaktu w obydwu przypadkach. Dzięki kształtowi wykresów możemy zidentyfikować miejsca, w których wrażliwości prędkości w węzłach blachy są największe i miejsca, w których wrażliwości te nie odgrywają dużej roli.

7.2. Przykład drugi

Przykład drugi został zaczerpnięty z pracy (Makinouchi i in., 1993). Ze względu na symetrię rozpatrywano 1/4 układu. Geometrię blachy i narzędzi sztywnych, oraz sposób dyskretyzacji (dla 1/4 układu) przedstawia rysunek 7. Przyjęto początkową grubość blachy równą 1,0 mm, zaś współczynnik tarcia $\mu = 0,144$.

Blachę podzielono na 1800 trójkątnych elementów skończonych Kirchhoffa (DKT). Prawo konstytutywne opisujące zachowanie materiału przyjęto w postaci

$$\bar{\sigma} = 576.8 (0.1658 + \bar{\epsilon})^{0.3593} \quad [N/mm^2]$$

Końcowe przemieszczenie stempla wynosiło 40 mm i zostało uzyskane w 40 krokach czasowych.

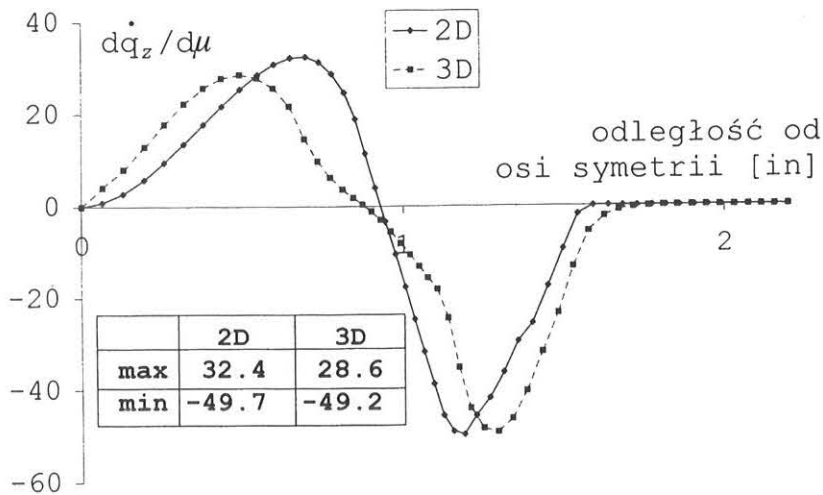
Wykresy wrażliwości sporządzono dla punktów węzłowych położonych wzdłuż linii A-A. Wrażliwość składowych prędkości węzłowych \dot{q}_x , na zaburzenie współczynnika tarcia μ , $\frac{d\dot{q}_x}{d\mu}$, przedstawia rysunek 8, zaś wrażliwość składowych prędkości węzłowych \dot{q}_z , na zaburzenie współczynnika tarcia μ , $\frac{d\dot{q}_z}{d\mu}$, przedstawia rysunek 9.

Otrzymane wykresy wrażliwości mogą być wykorzystane w toku dalszych badań do optymalizacji procesów tłoczenia.

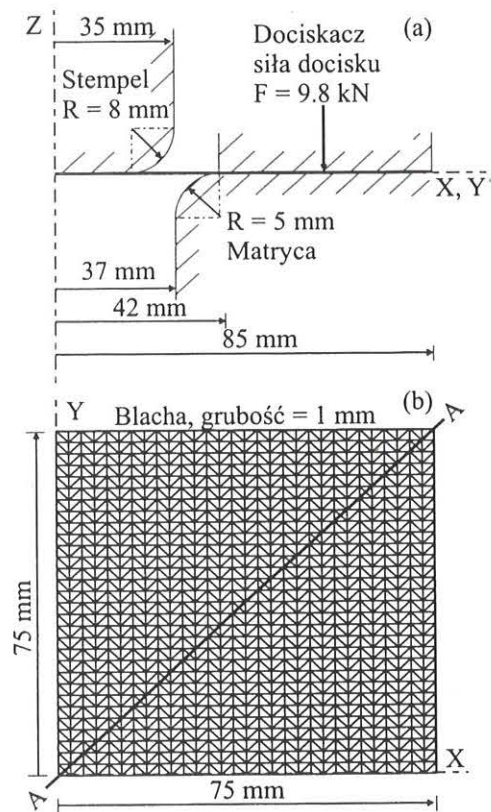
7.3. Przykład trzeci

Poniższy przykład dotyczy określenia oporów płynięcia materiału blachy przez próg ciągowy. Przeprowadzono dwuwymiarową symulację numeryczną procesu przeciągania blachy przez próg ciągowy. Wymiary geometryczne układu blacha, próg ciągowy, matryca, dociskacz przedstawia rysunek 10. Blacha została zdyskretyzowana na 50 elementami skończonymi.

Analiza obliczeniowa MES składała się z dwóch etapów. W pierwszym dosunięto



Rysunek 6. Porównanie wykresów wrażliwości $\frac{d\dot{q}_z}{d\mu}$, dla kolejnych węzłów blachy położonych wzdłuż osi X.



Rysunek 7. Geometria 1/4 układu narzędzi i blachy, (a) widok z boku, (b) widok z góry.

próg i dociskacz do matrycy (zamknięcie). W etapie drugim przeciągano blachę przez próg ciągowy.

Stosowana jest teoria sztywno-plastycznego zachowania się materiału blachy. Przyjęto naprężenie plastycznego płynięcia $\sigma_y = 100$ [N/mm²]. Tarcie opisano prawem Coulomba.

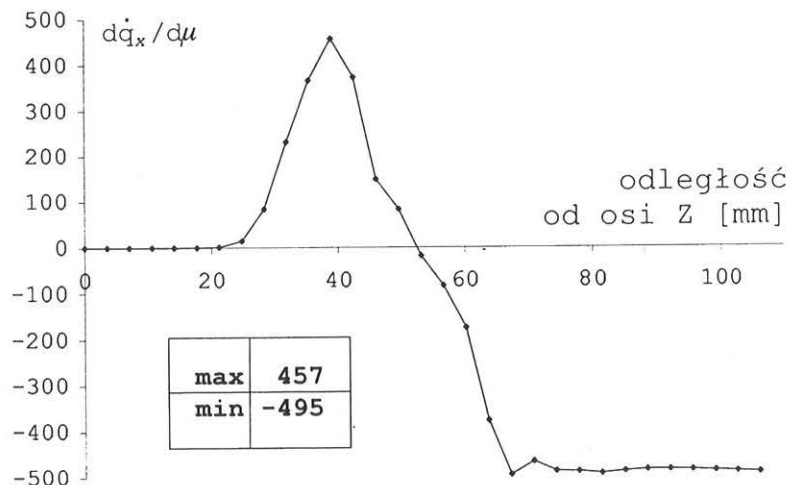
Rysunek 11 przedstawia siłę potrzebną do przeciągnięcia cząstki blachy przez próg ciągowy. Na osi pionowej znajdują się wartości siły oporu progu ciągowego, na osi poziomej przemieszczenia cząstki blachy. Pomimo widocznych oscylacji numerycznie wyzna-

czony siły oporu progu, średnia wartość tej siły może być przyjęta jako równa 20 [N/mm].

W kolejnych przeprowadzanych symulacjach zmieniano wartość współczynnika tarcia μ . Sprawdzono sześć przypadków tłoczenia z różnymi warunkami tarcia. Rysunek 12 przedstawia porównanie wykresów naprężeń rozciągających w kolejnych węzłach blachy dla przypadków: bez tarcia, i z współczynnikiem tarcia równym kolejno $\mu = 0,02$, $\mu = 0,12$, $\mu = 0,22$, $\mu = 0,32$ oraz $\mu = 0,36$.

Na rysunku widać wzrost wartości naprężenia rozciągającego, wraz z przepływem blachy przez kolejne strefy zginania i rozciągania, przedstawione symbolicznie

w dolnej części rysunku. Łatwe do identyfikacji są strefy rozciągania, gdzie wartość naprężenia nie zmienia się. W strefach zginania obserwuje się wzrost wartości naprężenia. Z analizy rysunku wnioskujemy, że wraz ze wzrostem współczynnika tarcia naprężenia rozciągające rosną szybciej. Przy zmianie współczynnika tarcia z $\mu = 0,22$, na $\mu = 0,32$ obserwuje się znaczący (prawie czterokrotny) skok wartości naprężenia. Potwierdza to znany fakt, że zarówno geometria progu ciągowego

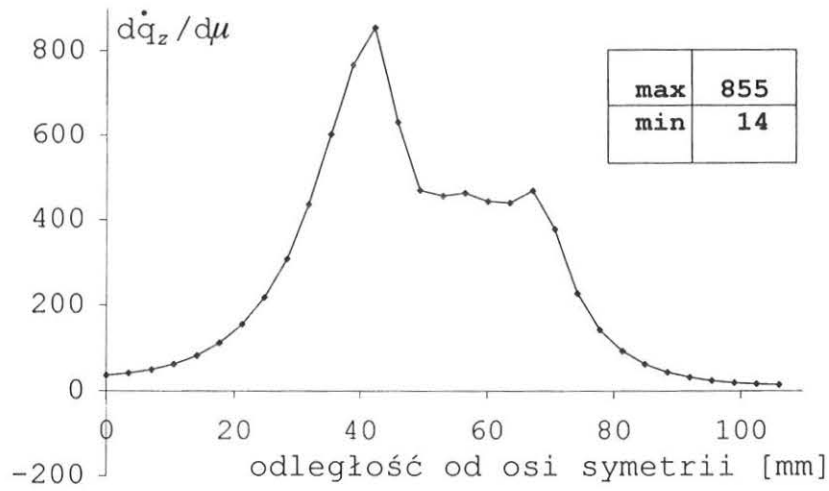


Rysunek 8. Wrażliwość $\frac{d\dot{q}_x}{d\mu}$, dla punktów położonych wzdłuż linii A-A.

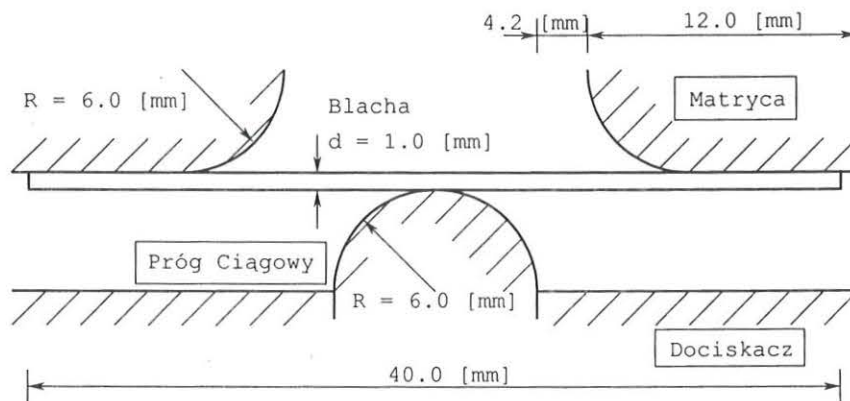
jak i też warunki tarcia mają duży wpływ na siły oporu progu ciągowego.

7.4. Przykład czwarty

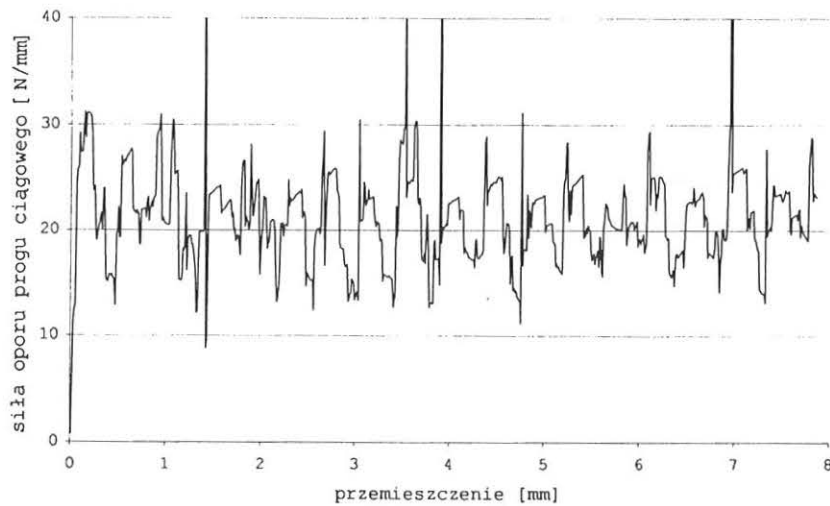
Przykład dotyczy analizy wpływu sił oporu progu ciągowego na końcowy kształt wytłoczki. Geometria układu jest podobna do tej z przykładu 7.2. Modyfikacja dotyczy wprowadzenia zastępczych elementów progu ciągowego. Każda z linii progu była dyskretyzowana za pomocą 10 elementów belkowych. Wymia-



Rysunek 9. Wrażliwość $\frac{d\dot{q}_z}{d\mu}$ dla punktów położonych wzdłuż linii A-A.



Rysunek 10. Geometria układu dla symulacji numerycznej 2D przeciągania blachy przez próg ciągowy.



Rysunek 11. Siła oporu progu ciągowego w funkcji przemieszczenia cząstki blachy.

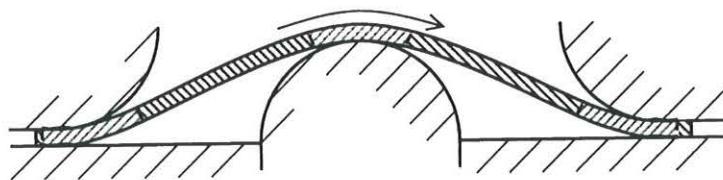
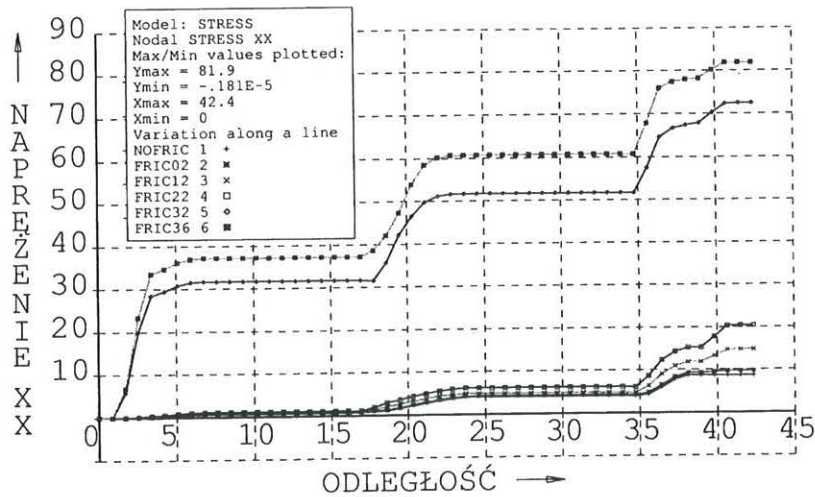
ry geometryczne dla 1/4 układu pokazane są na rysunku 13. Położenie progów ciągowych pokazane jest na tym rysunku i na rysunku 14.

Przy dyskretyzacji blachy użyto elementów złożonych z elementów trójkątnych Kirchhoffa i elementów o stałym odkształceniu (DKT+CST).

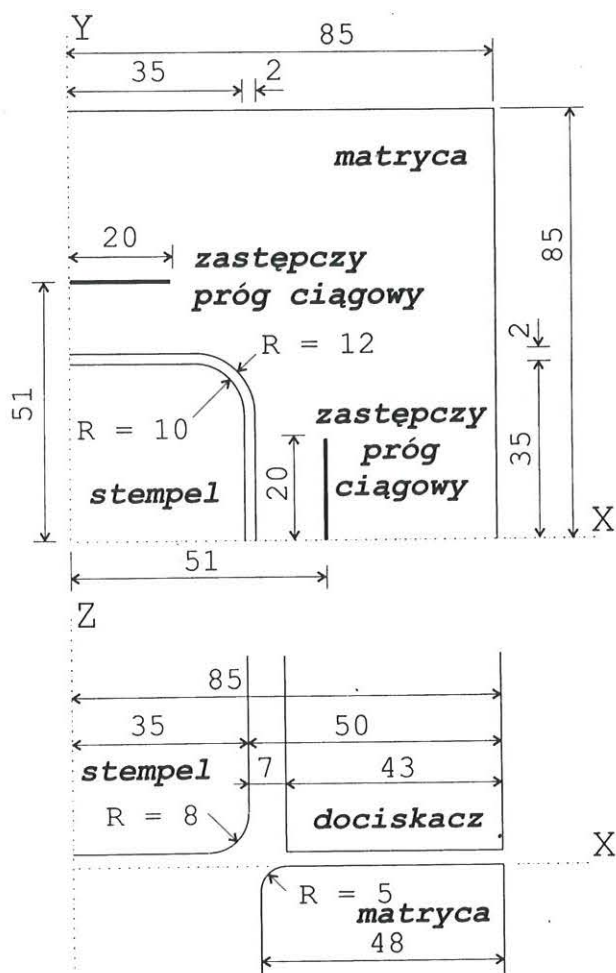
Błacha wykonana była ze stopu aluminium z prawem materiałowym

$$\bar{\sigma} = 576,79 (0,01658 + \bar{\epsilon})^{0,3593} \quad [N/mm^2]$$

Początkowa grubość blachy wynosiła 0,81 [mm], a siła docisku dociskacza dla 1/4 układu 4,9 [kN]. Przyjęto współczynnik tarcia opisanego prawem Coulom-



Rysunek 12. Strefy rozciągania i zginania-rozciągania blachy, oraz naprężenie rozciągające w kolejnych węzłach blachy w przypadku przeciągania blachy przez próg dla różnych przypadków współczynnika tarcia μ wg prawa Coulomba. Oznaczenia krzywych: bez tarcia NOFRIC, $\mu = 0,02$ FRIC02, $\mu = 0,12$ FRIC12, $\mu = 0,22$ FRIC22, $\mu = 0,32$ FRIC32, $\mu = 0,36$ FRIC36.



Rysunek 13. Geometria 1/4 układu z zaznaczeniem linii zastępczych progów ciągowych, wymiary podano w [mm].

ba równy 0,162. Przeprowadzono pięć symulacji numerycznych z różnymi siłami oporu progu ciągowego. Głębokość tłoczenia wynosiła 40 [mm].

Rysunek 14 przedstawia początkowy i końcowy kształt wytłoczki dla symulacji bez progu ciągowego, i z progiem zastępczym z siłami oporu równymi 20 [N/mm], 50 [N/mm], 80 [N/mm], i 100 [N/mm].

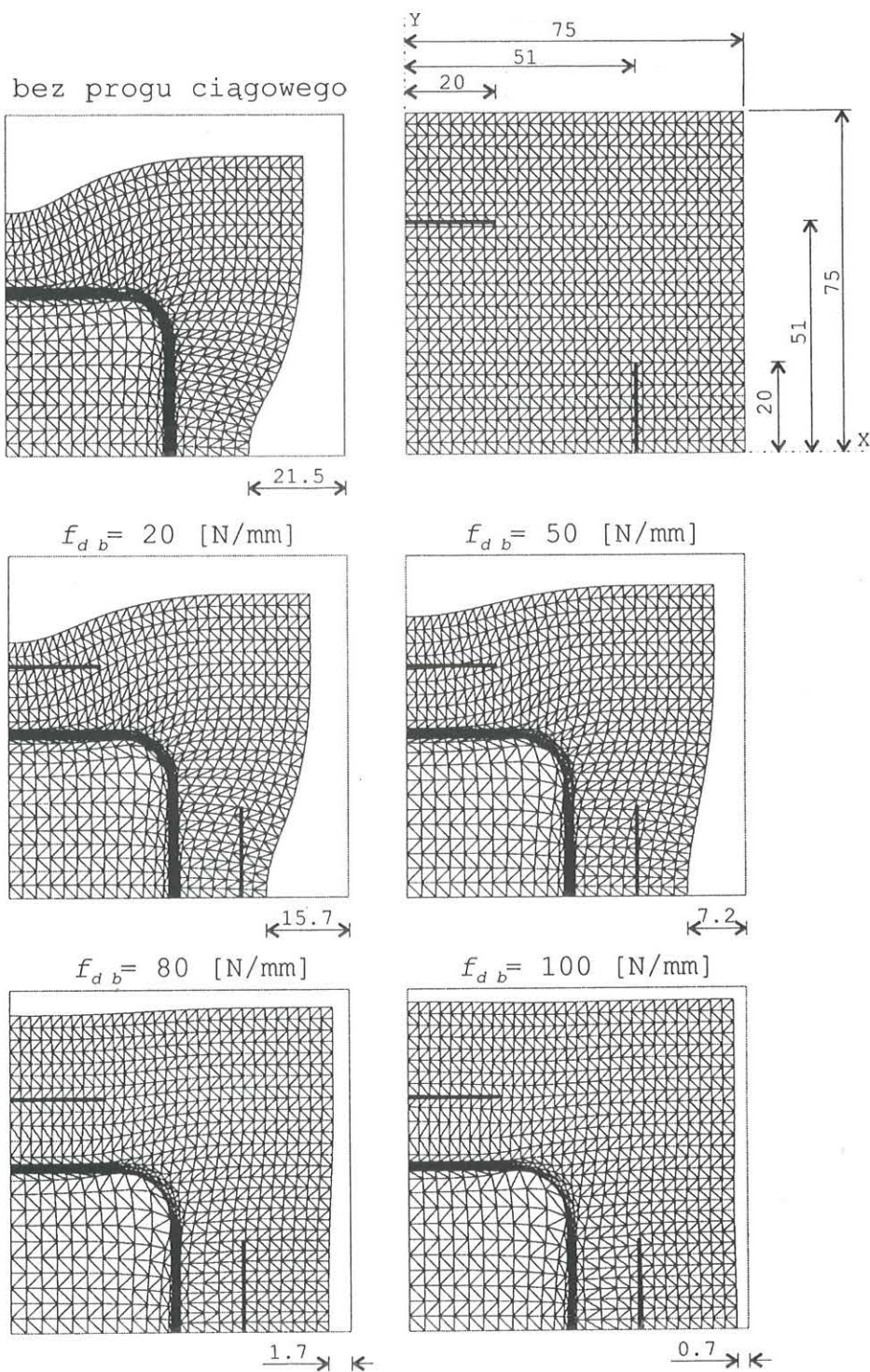
Wyniki potwierdzają dużą wrażliwość parametrów procesu tłoczenia na zmiany siły oporu progu ciągowego. Wyższe wartości sił oporu (80 [N/mm], 100 [N/mm]) powodują znaczące blokowanie przepływu materiału blachy.

7.5. Przykład piąty

Piąty z opisanych przykładów dotyczy optymalizacji, przy użyciu analizy wrażliwości Metodą Bezpośredniego Różniczkowania, położenia zastępczego elementu progu ciągowego. Blachę dyskretyzowano elementami DKT + CST. Wymiary geometryczne dla 1/2 układu, zdyskretyzowana blacha i zastępczy element progu ciągowego pokazane są na rysunku 15. Prawo konstytutywne opisujące zachowanie materiału blachy dane jest w postaci

$$\bar{\sigma} = 589 (0.001 + \bar{\epsilon})^{0.216} \quad [N/mm^2]$$

Przyjęto początkową grubość blachy równą 1 [mm], współczynnik tarcia opisanego prawem Coulomba równy 0,22. Optymalizacja położenia progu ciągowego została przeprowadzona dla konfiguracji blachy odpowiadającej przesunięciu stempla 15 [mm].



Rysunek 14. Końcowy kształt 1/4 wylotczki (widok z góry) dla różnych wartości sił oporu progu ciągowego, wymiary podano w [mm].

Jako funkcję celu w zadaniu optymalizacji przyjęto różnicę prędkości dwóch wybranych węzłów blachy o numerach 26 i 25, w kierunku x .

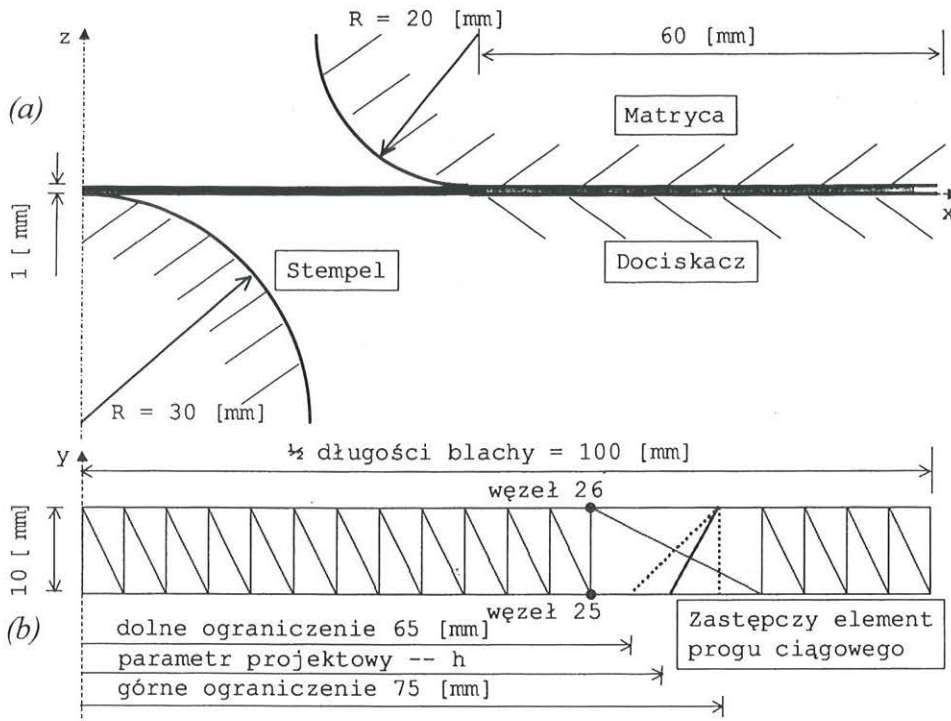
$$\Phi = \dot{q}_{(26)}^x - \dot{q}_{(25)}^x$$

Zmienną projektową h była odległość jednego z węzłów zastępczego elementu progu ciągowego od osi Y symetrii układu. Drugi z węzłów elementu progu nie zmieniał położenia. Linia przerywaną na rysunku 15 przedstawiono położenia elementu progu ciąg-

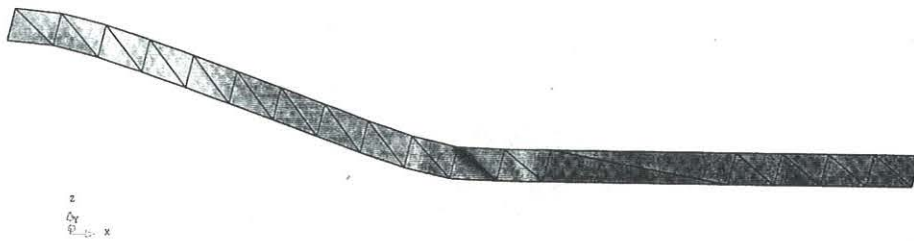
owego odpowiadające ograniczeniom: górnemu i dolnemu, zmiennej projektowej h . Wrażliwości funkcji celu liczone były jako

$$\frac{d\Phi}{dh} = \frac{d\dot{q}_{(26)}^x}{dh} - \frac{d\dot{q}_{(25)}^x}{dh}$$

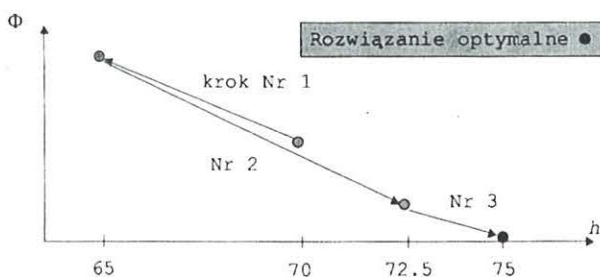
Rysunek 16 przedstawia rozkład grubości odkształconej blachy dla zmiennej projektowej równej $h = 65$ [mm].



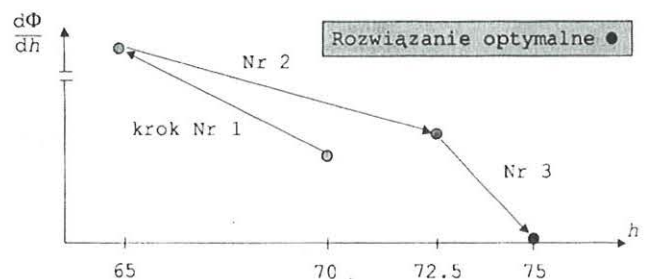
Rysunek 15. Tłoczenie paska blachy przy użyciu półkolistego stempla ze schematycznym zaznaczeniem zastępczego elementu progu ciągowego, 1/2 układu, (a) widok z boku, (b) widok z góry.



Rysunek 16. Końcowy kształt wyloczki, z rozkładem grubości, dla przyjętej zmiennej projektowej $h = 65$ [mm].



Rysunek 17. Ścieżka optymalizacji w przestrzeni projektowej.



Rysunek 18. Wrażliwość funkcji celu w przestrzeni projektowej.

Tablica 1. Wyniki zadania optymalizacji.

Nr kroku	h	Φ	$d\Phi/dh$	$\dot{q}_{(26)}^x$	$\dot{q}_{(25)}^x$	$d\dot{q}_{(26)}^x/dh$	$d\dot{q}_{(25)}^x/dh$
	70.0	-0.00194	-60.28	-0.28599	-0.28464	-46.69	10.59
1	65.0	-0.00321	-4309.67	-0.30365	-0.30045	-1626.06	2683.61
2	72.5	-0.00089	-77.26	-0.30670	-0.30582	-7.59	69.66
3	75.0	-0.00006	-0.001	-0.31688	-0.31682	-4.9812	-4.9802

Wyniki analizy wrażliwości wykorzystane są bezpośrednio w optymalizacji położenia progu ciągowego. Optymalizacja przeprowadzana była za pomocą algorytmu sekwencyjnego programowania liniowego (Schittkowski, 1986).

Wyniki kolejnych kroków zadania optymalizacji, oraz wyniki analizy wrażliwości pokazane są w tabelicy 1. Na rysunku 17 przedstawiono wartości funkcji celu w kolejnych krokach optymalizacji, zaś na rysunku 18 wartości gradientów funkcji celu. Dla tak prostego przykładu zbieżność procedury optymalizacyjnej jest bardzo dobra (tylko trzy kroki).

8. WNIOSKI

1. Analiza wrażliwości stanowi bardzo ważne narzędzie przy ustalaniu parametrów projektowych procesu tłoczenia. Umożliwia określenie jaki wpływ mają niewielkie zaburzenia parametrów procesu na odpowiedź układu.

2. Położenie i kształt progów ciągowych, oraz warunki tarcia pomiędzy blachą a narzędziami sztywnymi są bardzo ważnymi parametrami w technologii tłoczenia metali. Analiza wrażliwości umożliwia optymalizację kształtu narzędzi, położenia progów

ci ągowych i innych parametrów procesu tłoczenia blach.

3. Przedstawione wyniki optymalizacji wskazują na poprawność algorytmu określającego wrażliwość prędkości węzłowych na niewielkie zaburzenia wartości parametru określającego położenie progu ciągowego, oraz algorytmu określającego wrażliwości prędkości węzłowych na niewielkie zaburzenia wartości współczynnika tarcia Metodą Bezpośredniego Różniczkowania.

4. Oprogramowanie opracowane w ramach niniejszej pracy wymaga dalszych testów.

Autorzy są przekonani, że przetestowane oprogramowanie zawierające moduły do optymalizacji parametrycznej i kształtu może znacząco obniżyć koszty wytwarzania produktu w procesach przemysłowego tłoczenia metali.

Uwaga końcowa: Autorzy pragną podziękować Komitetowi Badań Naukowych za finansowanie pracy w ramach projektu nr 7T08B04219, oraz prof. Carlosowi Agaletowi za udostępnienie programów MFP2D i MFP3D.

REFERENCES

Agelet, C., 1990. *Analisis por el Metodo de los Elementos Finitos de Procesos de Conformado de Laminas Metalicas*. Praca doktorska, Universitat Politecnica de Catalunya.

Arora, J., 1988. *Introduction to optimum design*. Mc-Graw Hill Book Company.

Haftka, R. Gurdal, Z., 1992. *Elements of Structural Optimization*. Kluwer Academic Publishers.

Haug, E., DiPasquale, E., Pickett, A., Ulrich, D., 1991. Industrial sheet metal forming simulations using explicit finite element methods. In *FE Simulations of 3D Sheet Metal Forming Processes in Automotive Industry*, Zurich.

Kleiber, M., Antunez, H., Hien, T., Kowalczyk, P., 1997. *Parameter Sensitivity in Nonlinear Mechanics*. J. Wiley.

Kleiber, M. Sosnowski, W., 1995. Parameter sensitivity analysis in frictional contact problems of sheet metal forming. *Computational Mechanics*, 16.

Makinouchi, A., Nakamachi, E., Oñate, E., Wagoner, R., 1993. Metal forming processes. Verification of simulation with experiment. In *NUMISHEET 2nd. Int. Conference on Numerical Simulation of 3-D sheet Metal Forming Processes*, 31 August-2 September 1993, Isekava, Japan.

Marciniak, Z. Duncan, J., 1992. *Mechanics of Sheet Metal Forming*. Edward Arnold.

Meinders, T., 2000. *Developments in Numerical Simulations of the Real Life Deep Drawing Process*. Praca doktorska, University of Twente.

Perzyna, P., 1966. *Teoria Lepkoplastyczności*. PWN, Warszawa.

Rojek, J., LasCasas, E., eSilva, A. L., Borges, R., Oñate, E., 1999. Equivalent drawbeads: Computer modelling and experiments. In *NUMISHEET'99*, Besancon.

Schittkowski, K., 1986. NLPQL: A fortran subroutine solving constrained nonlinear programming problems. *Annals of Operations Research*, 5:485-500.

Sosnowski, W., 2000. Nowe metody projektowania kształtu narzędzi do tłoczenia blach oparte na analizie wrażliwości. *Przegląd Mechaniczny*, 21 (22):15-19.

Sosnowski, W., 2001. *Symulacja numeryczna, analiza wrażliwości i optymalizacja nieliniowych procesów deformacji konstrukcji*. Praca IPPT Seria B1/2001, Warszawa. Wydanie 2 - w druku w Wydawnictwie Akademii Bydgoskiej.

Sosnowski, W. Kleiber, M., 1996. A study on the influence of friction evolution on thickness changes in sheet metal forming. *Journal of Materials Processing Technology*, 1(4):469-474.

Taylor, L., Cao, J., Karafillis, A., Boyce, M., 1993. Numerical methods in sheet metal forming. In *NUMISHEET'93*, Isehara.

Wriggers, P., Simo, J., Taylor, R., 1985. Penalty and augmented lagrangian formulations for contact problems. *Proc. NUMETA'85*, strony 3-16.

Zienkiewicz, O. Godbole, P., 1979. Flow of plastic and viscoplastic solids with special reference to extrusion and forming processes. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 8:3-16.

Zienkiewicz, O. Taylor, R., 1991. *The finite element method*. McGraw Hill.

Artykuł otrzymano 17 marca 2003 r.