

PROBLEM MODELOWANIA WŁASNOŚCI MATERIAŁÓW ODKSZTAŁCANYCH W ZMIENNYCH WARUNKACH

MACIEJ PIETRZYK, ROMAN KUZIĄK

PROBLEM OF MODELLING OF MATERIALS PROPERTIES DURING DEFORMATION UNDER VARYING CONDITIONS

Abstract

The objective of the work was to study the importance of accounting for the history of the deformation in modeling of flow stress in hot metal forming processes. Two flow stress models were considered. The first was conventional closed form equation, which describes the flow stress as a function of strain, temperature and strain rate. The second was the internal variable method. The basic principles of the latter model are discussed in the paper. Three versions of this model are considered. The method of identification of the model parameters is presented, as well. Finally, both models were implemented into the constitutive laws in the finite element program and simulations of hot rolling processes were performed.

The objective of these numerical analyses was comparison of local values of flow stress in the roll gap calculated by the two models. It is shown in the paper that significant differences exist between the predictions of the models. The conventional model follows changes of the temperature and strain rate without any delay and the current value of the flow stress depends only on the current values of the process parameters. This does not agree with the experimental observations, which show that there is always a delay of material response to the change of the process parameters. The internal variable method describes the flow stress as a function of the current state of the material represented by the value of the internal variable. This value depends on the history of deformation. As a result, there is always a delay of the material response to the changes of process parameters, what is in agreement with the experimental observations. The quantitative differences between predictions of the two investigated models are large.

1. WSTĘP

Numeryczna symulacja procesów kształtowania materiałów odgrywa ważną rolę w projektowaniu technologii i w sterowaniu tymi procesami. Efektywność wykorzystania symulacji zależy przede wszystkim od dokładności stosowanych modeli. Metoda elementów skończonych (Zienkiewicz i Taylor, 1989; Zienkiewicz i Taylor, 1991), stosowana jest obecnie powszechnie

do modelowania płynięcia materiału i transportu ciepła. Pozwala ona na dokładne numeryczne rozwiązanie odpowiednich różniczkowych równań cząstkowych, nawet w przypadku skomplikowanych kształtów obszaru rozwiązania i znacznych nieliniowości wynikających z zależności własności materiału od parametrów rozwiązania. Można przyjąć, że dokładność modelowania procesów kształtowania materiałów zależy w głównej mierze od prawdziwości

*M. Pietrzyk, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie Wydział Metalurgii i Inżynierii Materiałowej
R. Kuziak, Instytut Metalurgii Żelaza w Gliwicach*



przyjęcia warunków brzegowych i opisu własności odkształcanego materiału. Warunki brzegowe obejmują w części mechaniczną tarcie a w części temperaturową wymianę ciepła z otoczeniem i narzędziem, i nie są w niniejszej pracy analizowane. Przedmiotem badań jest analiza modeli opisujących własności odkształcanych materiałów i zdolności tych modeli do prawidłowego przewidywania zachowania się tych materiałów w różnych warunkach odkształcenia. Przeprowadzona analiza ma charakter ogólny, ale przedstawione w pracy przykłady odnoszą się do metali.

Napężenie uplastyczniające metali i stopów zmienia się wraz ze wzrostem odkształcenia. Przeważnie obserwuje się wzrost tego napężenia w trakcie odkształcenia, czyli zjawisko nazywane umocnieniem. Ale w pewnych warunkach odkształcania niektórych metali obserwuje się mięknięcie odkształceniowe, spowodowane usuwaniem defektów sieci krystalicznej w wyniku zapoczątkowania rekrytalizacji dynamicznej (McQueen, 1993; Roucoules i in., 1994), bądź też powstawaniem mikropasm ścinania i lokalizacją odkształceń (Korbel, 1992). W obydwu przypadkach mięknięcie jest wynikiem zjawisk zachodzących na poziomie atomowym, przy czym rekrytalizacja jest procesem aktywowanym cieplnie a powstawanie mikropasm ścinania jest związane z przejściem od jednorodnej do lawinowej formy poślizgu, które występuje w miarę wzrostu napężenia.

Zagadnieniem modelowania zachowania się metali w czasie plastycznej przeróbki na gorąco zajmuje się wielu badaczy. Problem doboru modelu opisującego napężenie uplastyczniające uwzględniającego zjawiska mikrostrukturalne odgrywa tutaj dominującą rolę. Stosowane są przede wszystkim modele wykorzystujące zmienne zewnętrzne jako zmienne niezależne. Znakomita większość tych konwencjonalnych modeli przedstawia napężenie uplastyczniające w funkcji odkształcenia, przy czym współczynniki funkcji umocnienia odkształceniowego zależą od temperatury i prędkości odkształcenia (Grosman, 1996; Schindler i in., 1996; Hadasik, 2002). Jest oczywiście, że takie podejście nie uwzględnia historii odkształcenia i w każdej chwili wartość napężenia zależy tylko od bieżących wartości odkształcenia, prędkości odkształcenia i temperatury. Konwencjonalne modele napężenia uplastyczniającego mogą uwzględniać rozwój mikrostruktury materiału. Na przykład wiele funkcji poprawnie opisuje zjawisko rekrytalizacji dynamicznej (Kowalski i in., 2000). Ale opis ten jest poprawny jeżeli materiał dochodził do danego chwilowego stanu zgodnie z drogą odkształcenia jaka była stosowana w badaniach plastometrycznych wykonywanych dla wyznaczenia parametrów modelu. Przeważnie są to warunki izotermiczne i stała prędkość odkształcenia lub stała prędkość narzędzia. Jest oczy-

wiste, że takie same chwilowe warunki określone wartościami temperatury, odkształcenia i prędkości odkształcenia mogą być osiągnięte w wyniku różnej historii odkształcenia. W przypadku gdy odkształcenie przebiega w zmiennych warunkach, stosowanie konwencjonalnych modeli wykorzystujących zmienne zewnętrzne staje się problematyczne. Modele te w przypadku każdej zmiany warunków odkształcenia zakładają przejście do nowego stanu, określonego przez prędkość odkształcenia i temperaturę, bez efektu opóźnienia. Tymczasem w rzeczywistości materiał zawsze wykazuje pewne opóźnienie reakcji na zmianę warunków odkształcenia plastycznego związane ze zjawiskami mikrostrukturalnymi, które przebiegają w skończonym czasie.

Te ograniczenia spowodowały, że od wielu lat naukowcy poszukują metod opisu własności odkształcanego materiału opierających się na zmiennych wewnętrznych. W przypadku metali, podstawową zmienną wewnętrzną jest gęstość dyslokacji różnego typu, ale niektórzy badacze przyjmują także i inne parametry mikrostruktury, jak na przykład wielkość podziarna. Spośród wielu prac w tym zakresie wymienić należy fundamentalne prace Sandstroma i Lagneborga (1975), Meckinga i Kocksa (1981), Estrina i Meckinga (1984) i Estrina (1996). Numeryczne rozwiązania modeli podanych w powyższych pracach przedstawili Pietrzyk (1994a) i Davis (1994). Podobne podejście, ale wykorzystujące zmienne niezależne innego typu, przedstawił Gronostajski (2000). W modelach numerycznych stosowano rozwiązania o różnym stopniu skomplikowania i uzyskiwano dobrą jakość opisu zachowania się materiału. Nie ulega wątpliwości, że numeryczne rozwiązania równań różniczkowych opisujących ewolucję zmiennych wewnętrznych są bardziej skomplikowane i czasochłonne niż obliczenie napężenia uplastyczniającego z prostego równania algebraicznego. Dlatego za cel niniejszej pracy postawiono sobie wykonanie symulacji różnych procesów plastycznej przeróbki, stosując metodę elementów skończonych z modelem konstytutywnym wykorzystującym konwencjonalne funkcje plastycznego płynięcia i modele na bazie zmiennych wewnętrznych. Na podstawie wykonanych symulacji oceniono celowość zastosowania bardziej dokładnych ale i zarazem bardziej skomplikowanych modeli.

2. METODA ZMIENNYCH WEWNĘTRZNYCH

2.1. Model ewolucji gęstości dyslokacji

U podstaw budowy modelu leży zależność oporu odkształcenia metalu od gęstości defektów sieci krystalicznej, głównie dyslokacji. Jak wykazano w licz-

nych badaniach doświadczalnych naprężenie uplastyczniające w procesach plastycznej przeróbki metali zależy od rozwoju populacji dyslokacji i jest wypadkową atermicznego umocnienia prowadzącego do wzrostu gęstości dyslokacji i ich anihilacji. Powszechnie stosowana zależność opisująca naprężenie uplastyczniające w funkcji średniej gęstości dyslokacji ma postać:

$$\sigma_p = \sigma_0 + \alpha b \mu \sqrt{\rho} \quad (1)$$

gdzie: σ_p – naprężenie uplastyczniające, σ_0 – naprężenie początkowe uwzględniające w modelu wpływ odkształceń sprężystych, b – wektor Burgersa, μ – moduł sprężystości na ścinanie, ρ – średnia gęstość dyslokacji.

Aby możliwa była dokładna symulacja złożonych zjawisk w skali atomowej zachodzących w plastycznej przeróbce na gorąco, gęstość dyslokacji nie może być traktowana jako średnia wartość, zaś optymalnym rozwiązaniem jest uwzględnienie funkcji rozkładu gęstości dyslokacji. Rozwiązanie numeryczne tego problemu, opierające się na pracach Sandstroma i Lagneborga (1975), opisane jest w publikacji (Pietrzyk, 1994a). W modelu tym rozwiązywane jest równanie różniczkowe w postaci:

$$\frac{dG(\rho, t)}{dt} = \phi(\rho) - g(\rho) - \frac{v\gamma}{D} m \tau \rho G(\rho, t) \quad (2)$$

W równaniu (2), $G(\rho, t)$ jest funkcją prawdopodobieństwa rozkładu gęstości dyslokacji, zdefiniowaną jako ułamek objętości materiału, który ma gęstość dyslokacji w przedziale $[\rho, \rho + d\rho]$. Ponadto w równaniu (2) $\phi(\rho)$ reprezentuje atermiczny wzrost gęstości dyslokacji wywołujący umocnienie materiału, $g(\rho)$ jest funkcją opisującą aktywowane cieplnie zdrowienie, natomiast $\tau = \mu b^2 / 2$, gdzie: μ – moduł sprężystości na ścinanie, b – wektor Burgersa. W numerycznym rozwiązaniu równania (2) całe spektrum gęstości

dyslokacji podzielone jest na n przedziałów. Równanie (2) jest rozwiązywane metodą różnic skończonych dla każdego przedziału oddzielnie, wspólnie z rozwiązaniem różniczkowych równań opisujących kinetykę rekrytalizacji i rozrost ziarna. Podstawowe równania całego modelu oraz kolejność ich rozwiązywania podane są w tabelicy 1.

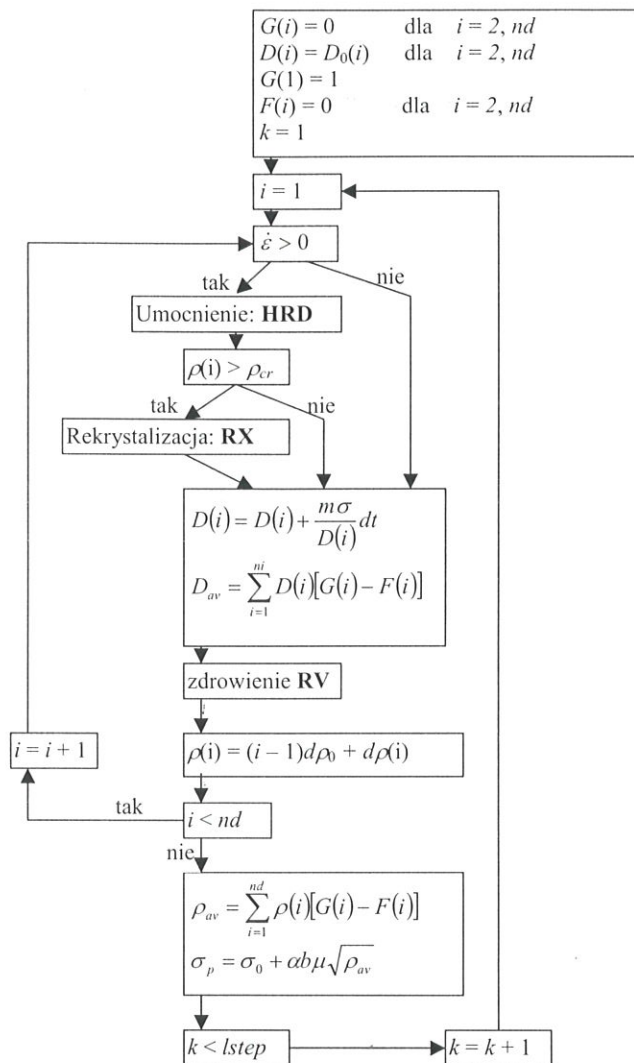
Poszczególne symbole w tabelicy 1 mają następujące znaczenie: D – wielkość ziarna austenitu, l – średnia droga swobodna dyslokacji, t – czas, X – ułamek objętości zrekrystalizowanej, $\dot{\epsilon}$ – prędkość odkształcenia, γ – ułamek powierzchni granic ziaren, która migruje, ρ_{cr} – krytyczna gęstość dyslokacji dla rozpoczęcia zarodkowania procesu rekrytalizacji, ρ_g – energia powierzchniowa granic ziaren, τ – energia na jednostkę długości linii dyslokacji.

Ułamek powierzchni granic ziaren, która migruje, jest w równaniu (2) kontrolowany przez prędkość zarodkowania na początku rekrytalizacji i przez zderzenia rosnących ziaren z sobą w końcowej fazie rekrytalizacji. W rozwiązaniu przyjęto zatem, że γ jest proporcjonalne do wyrażenia $X(1 - X)$ lub, w innych rozwiązaniach, do $[1 - \exp(-X)](1 - X)$. Szczegółowy opis modelu wykorzystującego funkcję rozkładu gęstości dyslokacji znaleźć można w pracy (Pietrzyk, 1994a) oraz w pozycji książkowej (Lenard i in., 1999). Schemat blokowy rozwiązania numerycznego w tym modelu pokazano na rysunku 1. Występujące na tym rysunku bloki HRD, RX i RV odnoszą się odpowiednio do umocnienia, rekrytalizacji i zdrowienia i są rozrysowane na kolejnych rysunkach 2, 3 i 4. W schemacie blokowym występuje kilka tablic. $G(i)$ jest funkcją prawdopodobieństwa rozkładu gęstości dyslokacji, czyli określa ułamek objętości materiału o gęstości dyslokacji w przedziale i , czyli między ρ_i i ρ_{i+1} . Tablica $F(i)$ zawiera wartości $G(i)$ z poprzedniej iteracji.

Jak wykazano w wielu pracach, model wykorzystujący funkcję rozkładu gęstości dyslokacji umożliwia nie tylko obliczenia naprężenia uplastyczniające-

Tablica 1. Cykle symulacji wykonywane w każdym kroku rozwiązania równania (2).

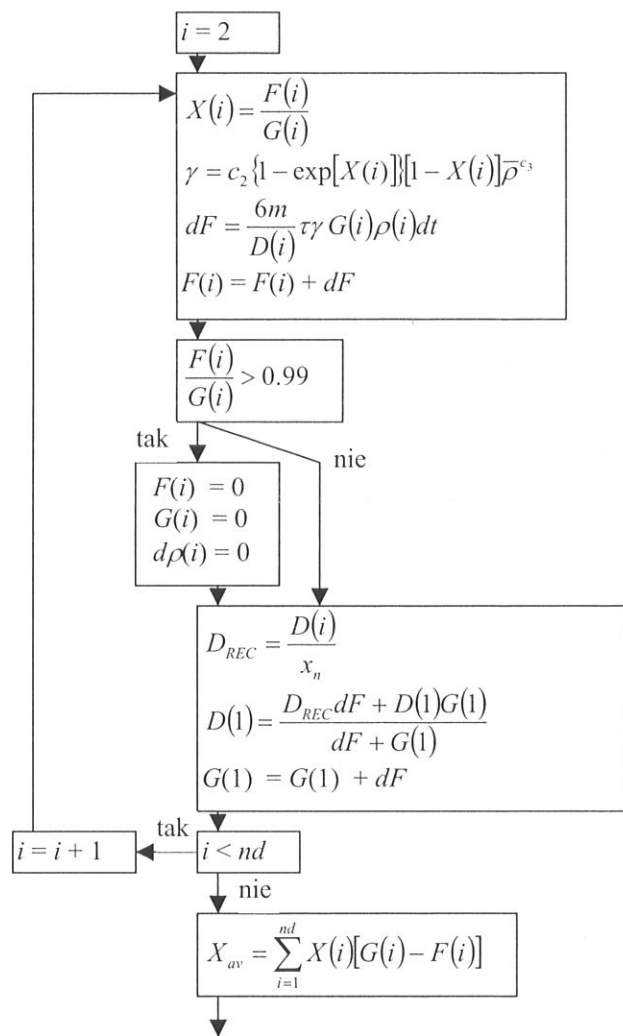
No	Proces	Zmienne	Kierunekrozwiązania	Warunki	Literatura	Równanie
1	Umocnienie	$\Delta\rho, \rho$	$\leftarrow \rho$	$\dot{\epsilon} > 0$	Sandstrom i Lagneborg (1975)	$\phi(\rho) = \frac{\dot{\epsilon}}{bl}$
2	Zdrowienie	$\Delta\rho, \rho$	$\rho \rightarrow$	zawsze	Sandstrom i Lagneborg (1975) Estrin i Mecking (1984)	$g(\rho) = -2M\tau\rho^2$ $g(\rho) = -k_2\rho$
3	Rekrytalizacja	G, X, ρ	$\leftarrow \rho$	$\rho > \rho_{cr}$	Sandstrom i Lagneborg (1975)	$\frac{dX}{dt} = \frac{v\gamma}{D} m \tau G_i \rho_i$
4	Rozdrobnienie ziarna	D	$\leftarrow \rho$	$\rho > \rho_{cr}$	Sandstrom i Lagneborg (1975)	$\frac{dD}{dt} = -D \frac{dX}{dt} \ln N$



Rysunek 1. Schemat blokowy rozwiązania numerycznego w modelu z funkcją rozkładu gęstości dyslokacji.

go z uwzględnieniem historii odkształcenia, ale pozwala również symulować złożone zjawiska mikrostrukturalne zachodzące w czasie odkształcenia plastycznego i w przerwie między odkształceniami. Jak wykazano w pracach (Pietrzyk i in., 1995; Roucoules i in., 2003) model może z powodzeniem opisywać procesy zachodzące w materiale w czasie rekrytalizacji statycznej, dynamicznej i metadynamicznej. Symulacje wykonane tym modelem pozwoliły odtworzyć pewne zależności obserwowane w doświadczeniach (Roucoules i Hodgson, 1995), a trudne do opisanie konwencjonalnymi modelami rozwoju mikrostruktury. Przykładem może być zależność okresu połowkowego rekrytalizacji od wielkości odkształcenia (rysunek 5) względnie zależność odkształcenia krytycznego od parametrów procesu odkształcenia (rysunek 6).

Model wykorzystujący funkcję rozkładu gęstości dyslokacji jest skomplikowany i jego praktyczne zastosowanie wymaga uprzedniego wyznaczenia współczynników dla danego materiału, co czasem może stwarzać pewne problemy. Skutecznym rozwiązaniem jest



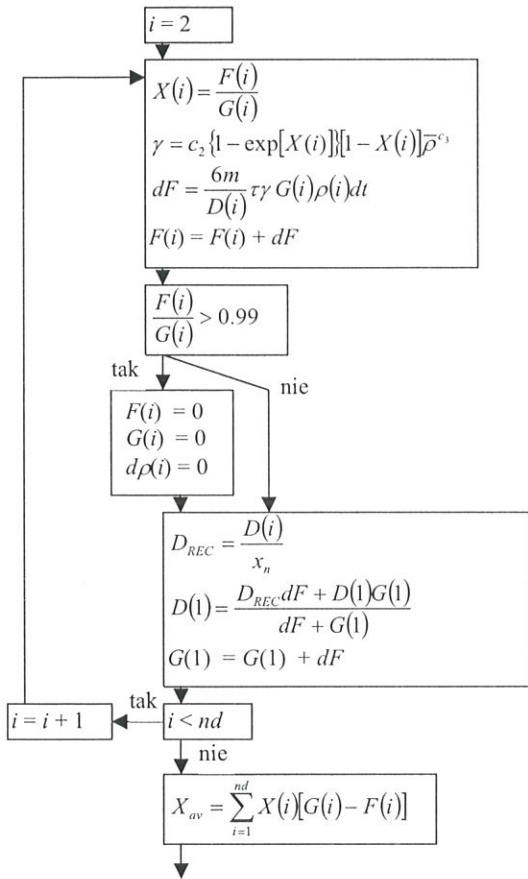
Rysunek 2. Schemat blokowy przebiegu obliczeń w symulacji umocnienia (HRD).

zastosowanie metody analizy odwrotnej (Szeliga, 2001). Wprowadzenie modelu wykorzystującego funkcję rozkładu gęstości dyslokacji do programów z metody elementów skończonych jest możliwe, ale nastęrcza pewne trudności. Jak wynika z dotychczasowych doświadczeń i obserwacji autora (Pietrzyk, 1994a), połączenie takie wiąże się z pewnym wydłużeniem czasów obliczeń i, w niektórych przypadkach, z problemami ze zbieżnością rozwiązania na etapie rozwiązania układu równań nieliniowych. Dlatego w pracach (Ordon i in., 2000, Ordon i in. 2002) przedstawiono nowe propozycje wykorzystujące jedną średnią wartość gęstości dyslokacji lub dwa typy gęstości dyslokacji jako zmienne niezależne w modelu konstytutywnym. Poniżej opisane są główne równania tych rozwiązań.

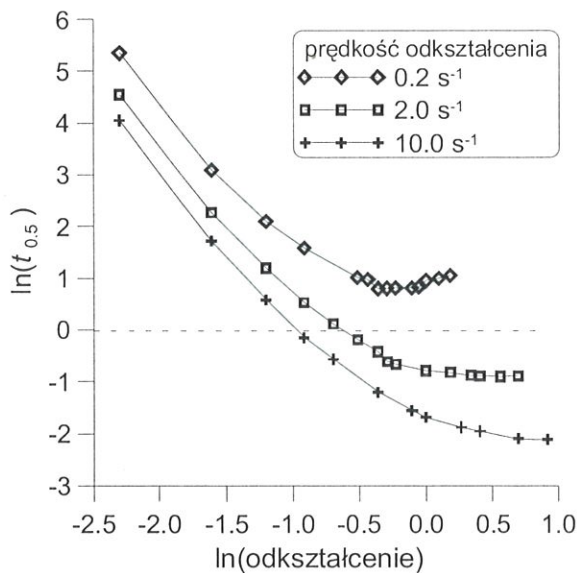
2.2. Model dla dwóch zmiennych wewnętrznych

Pierwszym uproszczeniem modelu na bazie zmiennych wewnętrznych jest podejście, w którym występują dwa typy dyslokacji. Poniżej podane są podsta-



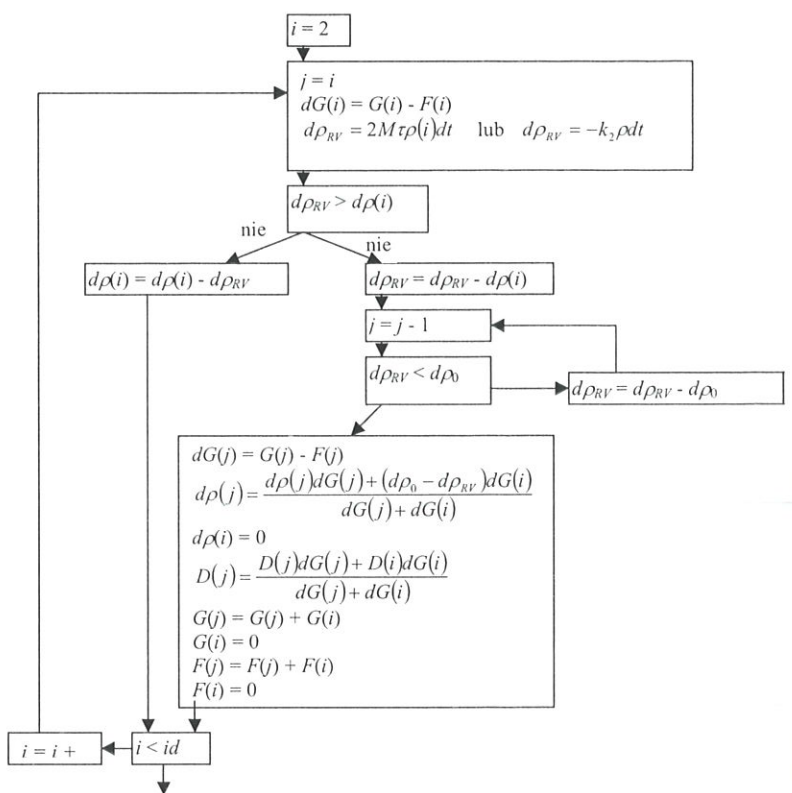


Rysunek 3. Schemat blokowy przebiegu obliczeń w symulacji rekrytalizacji (RX).

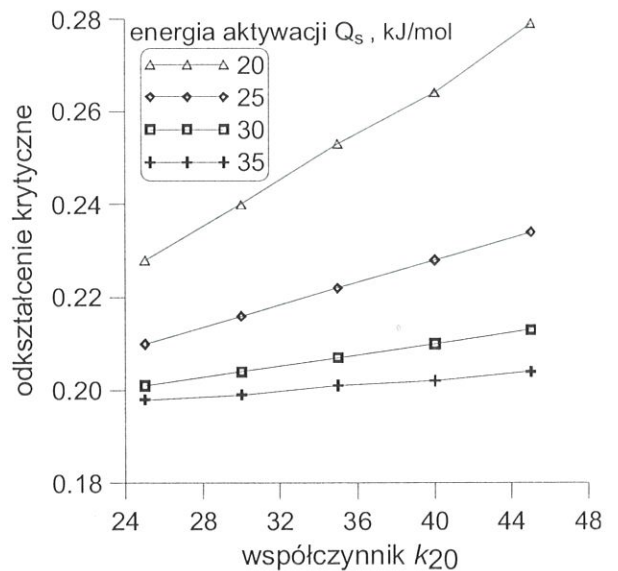


Rysunek 5. Zależność okresu półokowego rekrytalizacji od odkształcenia obliczona modelem na bazie zmiennych wewnętrznych.

wowe równania takiego modelu, a jego numeryczna realizacja opisana jest przez Ordon i in. (2002). W równaniach symbolem ρ_m oznaczono gęstość dyslokacji mobilnych, natomiast symbolem ρ_f gęstość dyslokacji uwięzionych w granicach podziarn. Ogólna postać kinetycznego równania konstytutywnego jest



Rysunek 4. Schemat blokowy przebiegu obliczeń w symulacji zdrowienia (RV).



Rysunek 6. Zależność odkształcenia krytycznego i odkształcenia dla maksimum naprężenia od parametrów zdrowienia obliczona modelem na bazie zmiennych wewnętrznych.

w takim przypadku następująca (Estrin, 1996):

$$\dot{\epsilon} = \xi \rho_{m0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m X (Y - Y_{rx})^{-m/2} \quad (3)$$

gdzie: $X = \rho_m / \rho_{m0}$, $Y = \rho_f / \rho_{f0}$, ρ_{m0} , ρ_{f0} – początkowe wartości gęstości dyslokacji odpowiednio mobilnych i uwięzionych, ξ – współczynnik, oraz:

$$\sigma_0 = M\alpha\mu b\sqrt{\rho_0}$$

Różniczkowe równania opisujące rozwój populacji poszczególnych typów dyslokacji mają postać (Estrin, 1996):

$$\frac{d\rho_m}{d\varepsilon} = M \left(-k - k_1\sqrt{\rho_f} - k_3\rho_m + k_4\frac{\rho_f}{\rho_m} \right) \quad (4)$$

$$\frac{d\rho_f}{d\varepsilon} = M \left(k + k_1\sqrt{\rho_f} - k_2\rho_f + k_3\rho_m \right) \quad (5)$$

Składniki ze znakiem „-” w równaniu (3) odnoszą się do zmniejszania się gęstości dylokacji mobilnych i pojawiają się one ze znakiem „+” w równaniu (5) jako dyslokacje uwięzione. W wyrażeniu opisującym atermiczne umocnienie obok składnika $k = 1/bl$ pojawia się $k_1\rho_f^{0.5}$, natomiast $k_3\rho_m$ reprezentuje zjawisko kotwiczenia dyslokacji. Składnik $k_4\rho_f/\rho_m$ uwzględnia wzrost liczby mobilnych dyslokacji w wyniku ich uwolnienia, ε jest odkształceniem plastycznym. W numerycznym rozwiązaniu, równania (4) i (5) zapisano w postaci:

$$\frac{dX}{d\varepsilon} = q \left(-\frac{Mk}{\rho_{f0}} - \frac{Mk_1}{\rho_{f0}^{0.5}}\sqrt{Y} - Mk_3\frac{\rho_{m0}}{\rho_{f0}}X + \frac{Mk_4}{\rho_{m0}}\frac{Y}{X} \right) \quad (6)$$

$$\frac{dY}{d\varepsilon} = \frac{Mk}{\rho_{f0}} + \frac{Mk_1}{\rho_{f0}^{0.5}}\sqrt{Y} - M \left[M_0 \exp\left(-\frac{Q_M}{RT}\right) \right]^{\frac{1}{n}} Y + Mk_3\frac{\rho_{m0}}{\rho_{f0}}X \quad (7)$$

gdzie M , k , k_1 , k_2 i k_3 to współczynniki, M_0 – współczynnik mobilności dyslokacji, Q_M – energia aktywacji procesu zdrowienia.

Początkowe wartości X i Y wynoszą 1. Współczynnik n uwzględnia wpływ energii błędu ułożenia i jest obliczany z zależności (Estrin, 1996):

$$n = \frac{\mu b^3}{k_B T \left(N_1 + \frac{N_2 SFE}{\mu b} \right)}$$

gdzie: N_1 i N_2 – współczynniki, SFE – energia błędu ułożenia przyjmowana w niniejszej pracy 23 mJ/m².

Równania (4)-(7) opierają się na pracach Estrina, w których nie uwzględniano rekrytalizacji dynamicznej. Dlatego równania te są uzupełnione o Y_{rx} w zależności (3), czyli o składnik wprowadzający rekrytalizację zgodnie z koncepcją Sandstroma i Lagneborga (1975), stosowaną powyżej w modelu z rozkładem gęstości dyslokacji. Parametr Y_{rx} , jest zdefiniowany jako:

$$Y_{rx} = \begin{cases} 0 & \rho \leq \rho_{cr} \\ \frac{R_1}{1 + \exp(-Y_d)} & \rho > \rho_{cr} \end{cases} \quad (8)$$

gdzie: R_1 – współczynnik, Y_d – gęstość dyslokacji w pobliżu przemieszczającej się granicy rosnącego ziarna, która jest obliczana ze wzoru podanego w pracy (Ordon i in., 2002):

$$Y_d = -R_2 + \frac{1}{2} \frac{bl}{\dot{\varepsilon}} 4M_{rv}\tau\rho_{fs}(R_3\rho_{fd} + \tilde{\rho}_{f0}) \quad (9)$$

gdzie: R_2 , R_3 – współczynniki, M_{rv} – mobilność zdrowienia, ρ_{fs} – gęstość uwięzionych dyslokacji w warunkach ustalonego płynięcia, ρ_{fd} – gęstość uwięzionych dyslokacji w pobliżu przemieszczającej się granicy rosnącego ziarna w warunkach ustalonego płynięcia, $\tilde{\rho}_{f0}$ – współczynnik, zdefiniowany jako:

$$\tilde{\rho}_{f0} = \frac{\dot{\varepsilon}}{4blM_{zd}\tau\rho_{fs}} \ln \left| \frac{\rho_{fs} + \rho_{f0}}{\rho_{fs} - \rho_{f0}} \right| \quad (10)$$

Gęstość uwięzionych dyslokacji w warunkach ustalonego płynięcia ρ_{fs} jest określona zależnością:

$$\rho_{fs} = X_{rf}\rho_s \quad (11)$$

gdzie: ρ_s – całkowita gęstość dyslokacji w warunkach ustalonego płynięcia:

$$\rho_s = \sqrt{\frac{\dot{\varepsilon}}{2blM_{zd}\tau}}$$

W równaniu (11) X_{rf} jest ułamkiem gęstości dyslokacji, które są uwięzione w warunkach ustalonego płynięcia. W obecnym modelu wartość tego parametru jest przyjmowana jako stała w danych warunkach odkształcenia. Nie zmienia to faktu, że można przyjąć ten parametr jako zmienny i wykorzystać w dopasowaniu modelu do wyników doświadczalnych. Gęstość uwięzionych dyslokacji w pobliżu przemieszczającej się granicy rosnącego ziarna w warunkach ustalonego płynięcia ρ_{fd} jest obliczana z równania (Ordon i in., 2002):

$$\rho_{fd} = \frac{\dot{\varepsilon}}{4blM_{zd}\tau\rho_{fs}} \ln \left| \frac{\rho_{fs} + \rho_f}{\rho_{fs} - \rho_f} \frac{\rho_{fs} - \rho_{f0}}{\rho_{fs} + \rho_{f0}} \right| \quad (12)$$

Opis numerycznego rozwiązania równań (6) i (7) podany jest w pracy (Ordon i in., 2002). Jak wykazano w tej pracy wprowadzenie dwóch rodzajów gęstości dyslokacji pozwala na lepszy opis zachowania się materiału w warunkach zmieniających się prędkości odkształcenia. Jest to rozwiązanie znacznie prostsze niż podane wcześniej podejście uwzględniające funkcję rozkładu gęstości dyslokacji. Dlatego metoda

dwóch typów gęstości dyslokacji tylko w nieznacznym stopniu wydłuża czas obliczeń metodą elementów skończonych.

2.3. Model dla średniej gęstości dyslokacji

Ponieważ obliczenia metodą elementów skończonych trwają zwykle długo, niewielkie nawet skrócenie czasu obliczeń ma istotne znaczenie. Dlatego poszukiwano jeszcze prostszego rozwiązania metodą zmiennych wewnętrznych i w pracy (Ordon i in, 2000) zaproponowano podejście wykorzystujące jedną średnią wartość gęstości dyslokacji. Równania opisujące zmiany średniej gęstości dyslokacji w funkcji czasu dla procesów umocnienia i zdrowienia opierają się na propozycji Meckinga i Kocksa (1981) oraz Estrina i Meckinga (1984). Wpływ rekrytalizacji dynamicznej uwzględniono wykorzystując koncepcję opisaną w pracy Estrina (1996). W konsekwencji, podstawowe równanie modelu ma postać:

$$\frac{d\rho(t)}{dt} = \frac{\dot{\epsilon}}{bl} - k_2 \dot{\epsilon} \rho(t) - \frac{3\mu b^2 A_3}{2D} \rho(t)^{A_3} R[\rho(t) - \rho_{cr}] \quad (13)$$

gdzie: ρ_{cr} – krytyczna gęstość dyslokacji, przyjmowana jako funkcja parametru Zenera-Hollomona Z , D – wielkość ziarna austenitu. Funkcja R w równaniu (13) jest obliczana jako:

$$R[\rho(t) - \rho_{cr}] = 0 \quad \text{dla} \quad \rho \leq \rho_{cr}$$

$$R[\rho(t) - \rho_{cr}] = \rho(t - t_{cr}) \quad \text{dla} \quad \rho > \rho_{cr}$$

gdzie: t_{cr} – czas w chwili rozpoczęcia rekrytalizacji dynamicznej.

Poszczególne współczynniki występujące w równaniu (13) mają następujące znaczenie:
swobodna droga dyslokacji

$$l = A_0 Z^{-A_1} \quad \text{lub} \quad l = A_2 \rho^{-0.5} \quad (\text{dla małych odkształceń}) \quad (14)$$

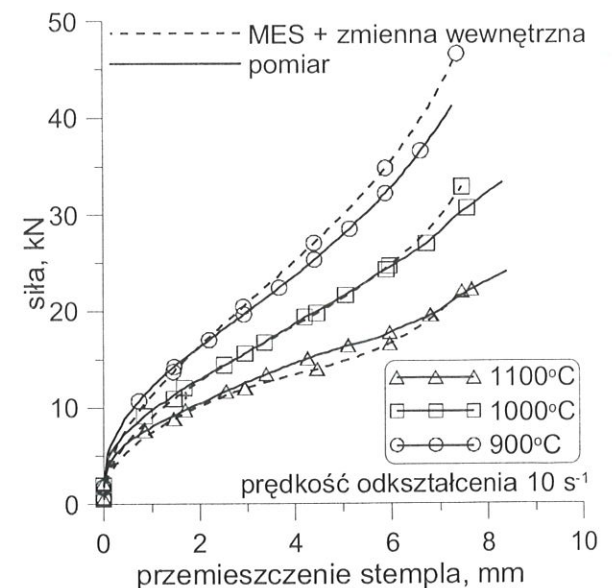
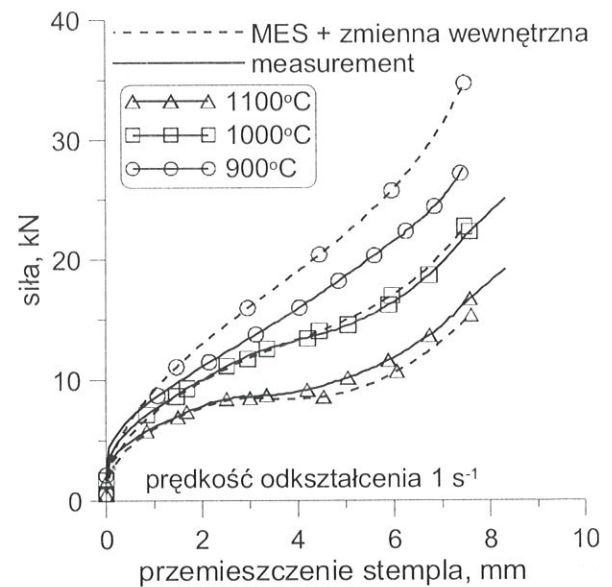
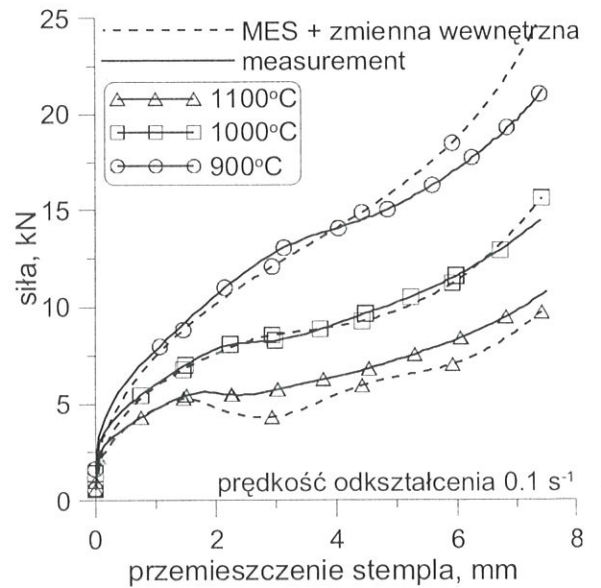
współczynnik samodyfuzji

$$k_2 = k_{20} \exp\left(\frac{Q_s \times 10^3}{RT}\right) \dot{\epsilon}^{-0.16} \quad (15)$$

mobilność granic ziaren

$$A_3 = A_{30} \exp\left(\frac{Q_m \times 10^3}{RT}\right) \quad (16)$$

Rozwiązanie równania (13) w połączeniu z zależnością (1) daje model naprężenia uplastyczniającego, uwzględniający w sposób poprawny aktywowane cieplnie zjawiska powodujące mięknięcie materiału w czasie odkształcenia. Model uwzględnia historię odkształcenia i w związku z tym może być z powodzeniem wykorzystany dla symulacji procesów charakteryzujących się zmianą drogi odkształcenia lub zmianą warunków odkształcenia.



Rysunek 7. Porównanie wyników pomiarów siły z obliczeniami metodą elementów skończonych stosując model zmiennej wewnętrznej jako prawo konstytutywne.

Przedstawione trzy wersje modelu na bazie metody zmiennych wewnętrznych są rozwiązywane metodami numerycznymi, stosując metody różnicowe. Opis takich rozwiązań podany jest w pracy (Pietrzyk, 1994a) dla pełnego modelu wykorzystującego rozkład gęstości dyslokacji, w pracy (Ordon i in., 2002) dla modelu wykorzystującego gęstości dyslokacji dwóch typów oraz w pracy (Ordon i in., 2000) dla modelu wykorzystującego średnią gęstość dyslokacji.

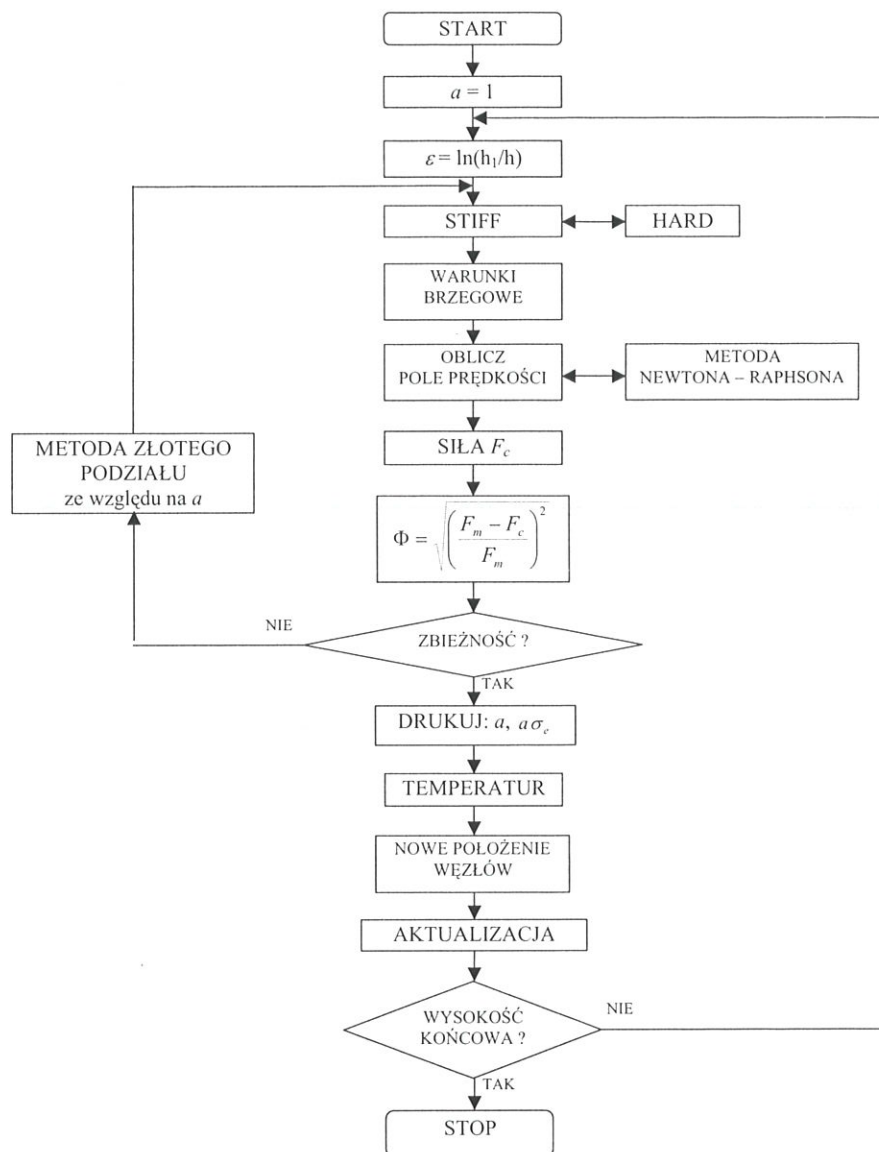
3. IDENTYFIKACJA PARAMETRÓW MODELU

3.1. Próby plastometryczne

Jednym z podstawowych problemów ograniczających szerokie zastosowanie metody zmiennych wewnętrznych jest wyznaczenie parametrów przedstawionych wcześniej modeli. W ramach niniejszego pracy wykorzystano do tego celu wyniki badań plastometrycznych w połączeniu z metodą obliczeń odwrotnych. Szczegółowy opis badań doświadczalnych podany jest w pracy (Madej i in., 2003). Badaniem objęto stal węglowo-manganową zawierającą 0,16%C, 0,43%Mn, 0,23%Si, 0,06%S, 0,03%Ni. Wszystkie badania plastometryczne zostały wykonane na symulatorze Gleeble 3800 w Instytucie Metalurgii Żelaza w Gliwicach. Próbkę osiowosymetryczną o wymiarach $\phi 10 \times 12$ mm spęczano w temperaturach 900, 1000 i 1100°C z prędkościami odkształcenia 0,1, 1 i 10 s⁻¹. Na rysunku 7 liniami ciągłymi przedstawiono wyniki wszystkich pomiarów siły spęczania w funkcji przemieszczenia stempla.

3.2. Analiza odwrotna

Identyfikacji modelu zmiennych wewnętrznych dokonano stosując analizę odwrotną. Zastosowano algorytm obejmujący dwa etapy, przedstawiony w pracy (Szeliga i Pietrzyk, 2001). W pierwszym etapie przeprowadzono obliczenia odwrotne, w których optymalizowano wartość naprężenia uplastyczniającego dla danego odkształcenia w każdym kroku czasowym



Rysunek 8. Schemat blokowy połączenia procedury optymalizacyjnej w obliczeniach odwrotnych z rozwiązaniem metodą elementów skończonych (Szeliga i Pietrzyk, 2001).

rozwiązania metodą elementów skończonych. Funkcję celu zdefiniowano jako błąd między zmierzonymi i obliczonymi wartościami siły spęczania. Schemat blokowy algorytmu tego rozwiązania pokazano na rysunku 8.

Jak widać na tym rysunku optymalizacja prowadzona jest w każdym kroku czasowym rozwiązania MES. Wymaga to kilkakrotnego rozwiązania układu równań metodą Newtona-Raphsona, a więc w konsekwencji obliczenia dla jednego przypadku spęczania trwają nieco dłużej niż w typowej symulacji. Ale z drugiej strony, ten krok analizy odwrotnej wymaga tylko jednokrotnego przeliczenia każdej próby, a więc jest zdecydowanie szybszy niż pełna analiza odwrotna. Na rysunku 8 podprogram HARD określa startową wartość naprężenia uplastyczniającego w każdym kroku obliczaną jako siła podzielona przez powierzchnię styku. Ta wartość jest korygowana poprzez optymalizację funkcji celu Φ względem współczynnika a ,

który występuje w zależności:

$$\sigma = a\sigma_e \frac{\dot{\epsilon}^m}{\dot{\epsilon}_n^m} \exp\left[\frac{Q}{R}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_n}\right)\right]$$

gdzie: R – stała gazowa, $\dot{\epsilon}_n$, T_n – nominalne wartości prędkości odkształcenia i temperatury w danej próbie, $\dot{\epsilon}$, T – bieżące, lokalne wartości prędkości odkształcenia i temperatury, Q , m – współczynniki charakteryzujące czułość na prędkość odkształcenia i na temperaturę, określane metodą graficzną na podstawie pomiarów siły spęczania (Szeliga i Pietrzyk, 2001).

W symulacji procesów plastycznej przeróbki podprogram HARD zawiera krzywą umocnienia, w tym przypadku jest to jeden z trzech modeli na bazie zmiennych wewnętrznych.

3.3. Wyniki

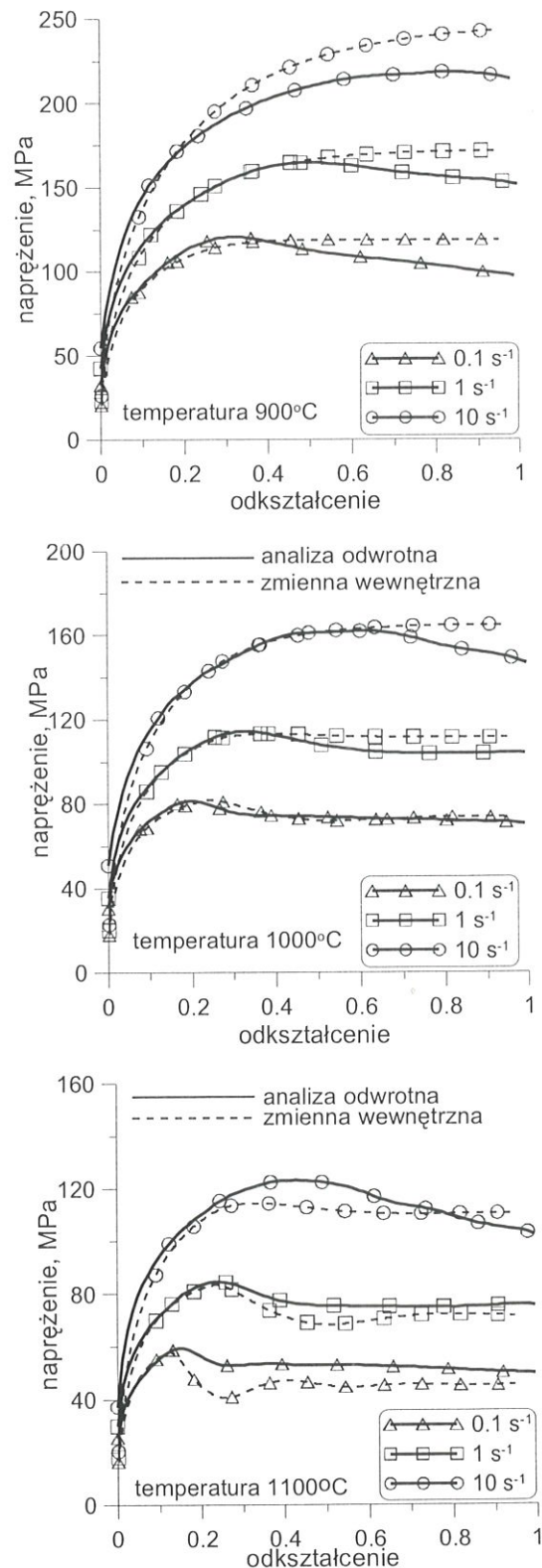
Opisany powyżej algorytm analizy odwrotnej został zastosowany do interpretacji wszystkich wykonanych prób plastometrycznych. Jako wynik otrzymano dane w formie tabelarycznej zależności naprężenia od odkształcenia, niewrażliwe na zmiany temperatury i prędkości odkształcenia w czasie prób. Liniami ciągłymi na rysunku 9 pokazano otrzymane wyniki dla wszystkich analizowanych przypadków.

Kolejnym etapem analizy było dopasowanie parametrów modelu zmiennej wewnętrznej do wyników analizy odwrotnej. Zastosowano tutaj technikę optymalizacji bezgradientowej wykorzystując metodę simplex. Otrzymane w wyniku optymalizacji współczynniki w równaniach (13) - (16) podane są w tabelicy 2. Naprężenia uplastyczniające obliczone modelem zmiennej wewnętrznej z optymalnymi współczynnikami przedstawione są na rysunku 9 liniami przerywanymi. Jak widać na tym rysunku metoda zmiennej wewnętrznej z dobrą dokładnością opisuje zachowanie się badanej stali w czasie odkształcenia na gorąco i prawidłowo uwzględnia wpływ rekrytalizacji dynamicznej. Pewne rozbieżności występują dla najniższej analizowanej temperatury.

Model zmiennej wewnętrznej ze współczynnikami podanymi w tabelicy 2 został wprowadzony jako model konstytutywny do programu z metody elementów skończonych i wykonano symulacje wszystkich prób plastometrycznych. Liniami przerywanymi na rysunku 7 przedstawiono wartości sił spęczania obliczone tym programem. Porównanie obliczonych i zmierzonych sił wykazuje dobrą zgodność, co potwierdza skuteczność metody zmiennej wewnętrznej jako modelu konstytutywnego.

Nie ulega wątpliwości, że lepsze dopasowanie niż uzyskane na rysunku 9 może być uzyskane przy za-

stosowaniu konwencjonalnej funkcji naprężenia uplastyczniającego o dużej liczbie współczynników. Ale podstawową zaletą metody zmiennej wewnętrznej jest zdolność do uwzględnienia historii odkształcenia, co jest ważne w przypadku procesów kształtowania pla-



Rysunek 9. Zależności naprężenie-odkształcenie otrzymane z analizy odwrotnej (linie ciągłe) i obliczone metodą zmiennej wewnętrznej (linie przerywane).

stycznego wykorzystujących zmianę drogi odkształcenia. Takiej zdolności nie mają konwencjonalne modele naprężenia uplastyczniającego, w których zmienną niezależną jest odkształcenie. Aby ocenić na ile wpływ historii odkształcenia jest ważny w symulacji typowych procesów plastycznej przeróbki metali wykonano przykładowe symulacje metodą elementów skończonych z modelem konstytutywnym wykorzystującym konwencjonalną funkcję naprężenia uplastyczniającego i metodę zmiennej wewnętrznej.

Tablica 2. Współczynniki w modelu zmiennej wewnętrznej otrzymane na podstawie analizy odwrotnej prób plastometrycznych.

A_0	A_1	k_{20}	Q_s	A_3	Q_m	σ_0	α
0,0012	0,16	674	41	$1,5 \times 10^{-10}$	350	7,4	1,03

4. SYMULACJA PROCESU WALCOWANIA NA GORĄCO

Opracowany model na bazie zmiennych wewnętrznych może być w prosty sposób wprowadzony do dowolnego programu symulacyjnego metodą elementów skończonych. W ramach niniejszej pracy wykonano symulacje procesu walcowania na gorąco stali węglowo-manganowych. Do obliczeń wykorzystano program Elroll opisany w pracy (Pietrzyk, 1994b), w którym do prawa plastycznego płynięcia Levy-Misesa wprowadzono model zmiennej wewnętrznej. Poniżej zaprezentowane są wyniki dla walcowania blachy o grubości 5 mm z gniosem 20%. Do obliczeń przyjęto następujące dane: średnica walców 700 mm, prędkość obrotowa walców 50 obr/min, współczynnik tarcia 0,2, temperatura wsadu 900°C, współczynnik wymiany ciepła między odkształcanym metalem i walcem 10000 W/m²K. Na rysunku 10 przedstawiono wyniki obliczeń rozkładów odkształceń, prędkości odkształcenia, naprężeń i temperatury w kotlinie walcowniczej.

Przedstawione na rysunku 10 wyniki wykazują, że model na bazie metody zmiennych wewnętrznych może być wykorzystany jako prawo konstytutywne w metodzie elementów skończonych. W wybranym przykładzie odkształcenie jest mniejsze od odkształcenia krytycznego dla zapoczątkowania rekrytalizacji dynamicznej i nie widać wpływu zjawisk mikrostrukturalnych na schemat płynięcia metalu i na pola naprężeń i odkształceń. Wpływ taki jest widoczny tylko w przypadku siły walcowania, która jest w tym przypadku obli-

czana z uwzględnieniem zdrowienia.

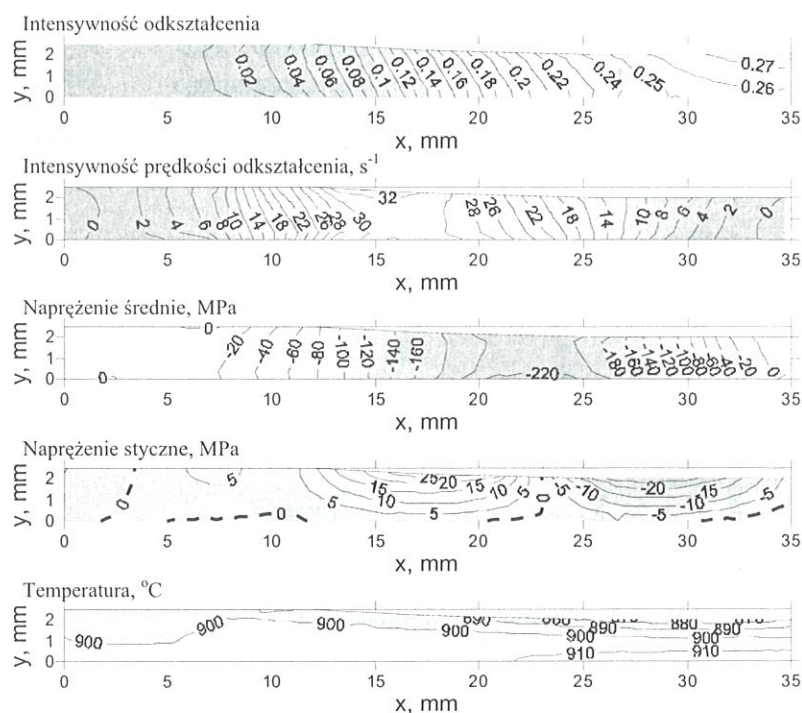
Dla przedstawienia możliwości opisanego w poprzednim podrozdziale modelu na bazie zmiennych wewnętrznych w zakresie opisu zachowania się materiału w warunkach rekrytalizacji dynamicznej wykonano obliczenia dla analogicznego procesu walcowania, ale z większym gniosem wynoszącym 40% i w temperaturze 1150°C. W tych warunkach wystąpiła rekrytalizacja dynamiczna na całej grubości walcowanego pasma. Na rysunkach 11 i 12 przedstawiono porównanie wyników obliczeń pól naprężeń i odkształceń przy zastosowaniu konwencjonalnego modelu konstytutywnego, nie uwzględniającego rekrytalizacji dynamicznej, oraz przy zastosowaniu modelu konstytutywnego na bazie metody zmiennych wewnętrznych. Konwencjonalny model konstytutywny wykorzystuje równanie, w którym naprężenie uplastyczniające zależy od temperatury, odkształcenia i prędkości odkształcenia (Gavrus i in., 1996):

$$\sigma_p = \sqrt{3} \left[WK_0 \varepsilon^n \exp\left(\frac{\beta}{T}\right) + (1 - W) K_s \exp\left(\frac{\beta_s}{T}\right) \right] (\sqrt{3} \dot{\varepsilon})^m \quad (17)$$

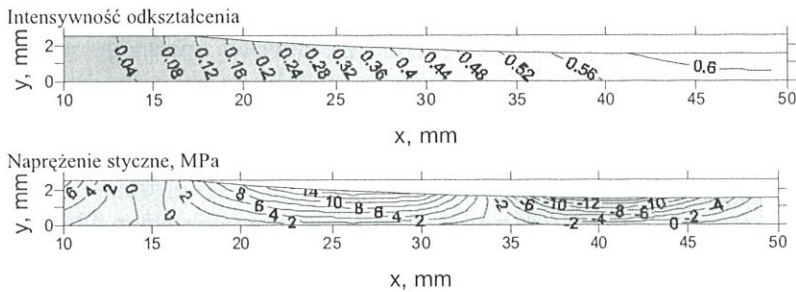
gdzie: $W = \exp(-R_0 \dot{\varepsilon})$, K_0 , n , β , K_s , β_s , m , R_0 – współczynniki.

Współczynniki w równaniu (17) wyznaczono stosując metody aproksymacji dla danych przedstawionych liniami ciągłymi na rysunku 9.

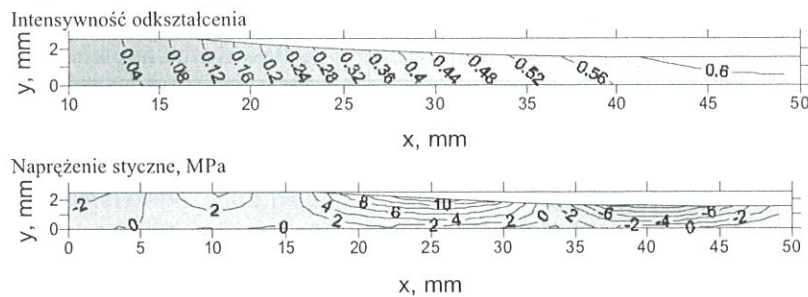
W procesie walcowania płynięcie materiału jest niemal całkowicie ograniczone przez narzędzie i nie



Rysunek 10. Obliczone rozkłady odkształceń, prędkości odkształcenia, naprężeń i temperatury w kotlinie walcowniczej dla gniośu 20%.



Rysunek 11. Obliczone rozkłady odkształceń i naprężeń stycznych w kotlinie walcowniczej dla gniotu 40% (konwencjonalny model konstytutywny).

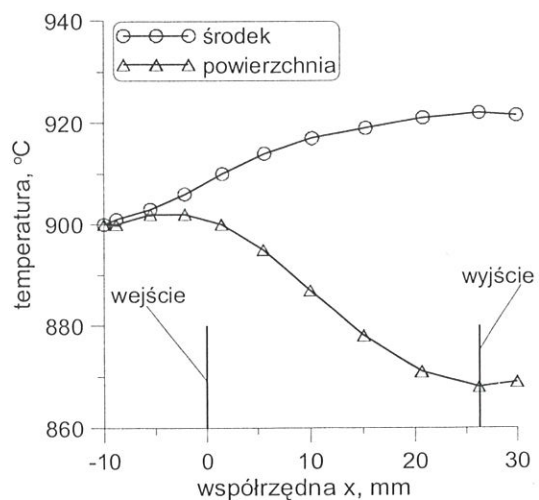
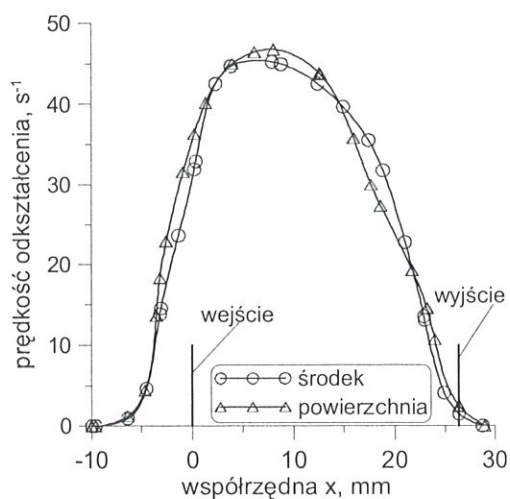


Rysunek 12. Obliczone rozkłady odkształceń i naprężeń stycznych w kotlinie walcowniczej dla gniotu 40% (model konstytutywny na bazie metody zmiennej wewnętrznej).

występują powierzchnie swobodne. W konsekwencji obliczone pole odkształceń jest niemal niezależne od zastosowanego równania konstytutywnego. Dlatego dla oceny, w jakim stopniu uwzględnienie historii odkształcenia jest istotne dla symulacji procesów plastycznej przeróbki, przeprowadzono analizę zmian naprężenia uplastyczniającego w kotlinie walcowniczej dla tych samych, co w poprzednim przykładzie dwóch modeli konstytutywnych. Symulacje wykonano przyjmując te same parametry procesu co poprzednio. Różnice w wartościach naprężenia uplastyczniającego obliczonych dwoma modelami wynikają ze zmian warunków odkształcenia na długości kotliny walcowniczej.

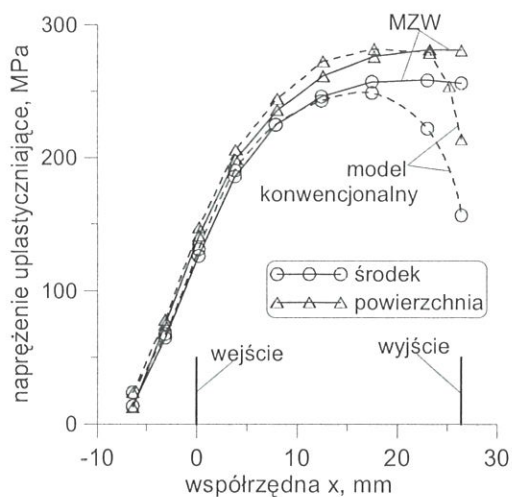
Na rysunku 13 pokazano zmiany temperatury i prędkości odkształcenia w trakcie przechodzenia materiału przez walce, czyli w funkcji współrzędnej x wzdłuż osi pasma. Ponieważ analizowany proces walcowania charakteryzuje się małym współczynnikiem kształtu kotliny walcowniczej $\Delta = h/L = 0,15$ (h – średnia wysokość pasma, L – długość styku metalu z walcem), rozkład prędkości odkształcenia jest dość równomierny i nie obserwuje się znacznych różnic między powierzchnią i środkiem pasma. Znaczne są natomiast zmiany prędkości odkształcenia na długości kotliny walcowniczej. Przebieg temperatury jest typowy dla procesu walcowania, widoczny jest nieznaczny wzrost temperatury w środku pasma spowodowany ciepłem odkształcenia i spadek temperatury przy powierzchni spowodowany odprowadzaniem ciepła do walców.

Na rysunku 14 pokazano zmiany naprężenia uplastyczniającego materiału w czasie jego przejścia przez szczelinę walców. Jak widać na tym rysunku w pobliżu wyjścia z kotliny walcowniczej pojawiają się duże różnice wartości otrzymanych dwoma metodami. Równanie (17) wyznacza naprężenie uplastyczniające w funkcji chwilowych wartości temperatury i prędkości odkształcenia. Powoduje to gwałtowny spadek naprężenia uplastyczniającego w drugiej części kotliny walcowniczej, wynikający ze spadku prędkości odkształcenia w tym obszarze. Model konwencjonalny przechodzi na nowe równanie stanu bez żadnego opóźnienia natychmiast po zmianie warunków procesu. Tymczasem, jak wykazano w wielu pracach (patrz np. Urcoła i Sellars, 1987; Ordon i in., 2000; Madej i in.,



Rysunek 13. Zmiany prędkości odkształcenia (a) i temperatury (b) na długości kotliny walcowniczej dla walcowania pasma o grubości 5 mm, temperatura początkowa 900°C.

2003), reakcja materiału na zmianę warunków odkształcenia występuje z pewnym opóźnieniem, wynikającym ze zjawisk mikrostrukturalnych, które zachodzą w skończonym czasie. Jest to poprawnie uwzględnione przez model na bazie metody zmiennej wewnętrznej. Naprężenie uplastyczniające obliczone tą metodą jest w każdym punkcie wynikiem historii, jaką przeszedł ten punkt od wejścia do strefy odkształcenia.

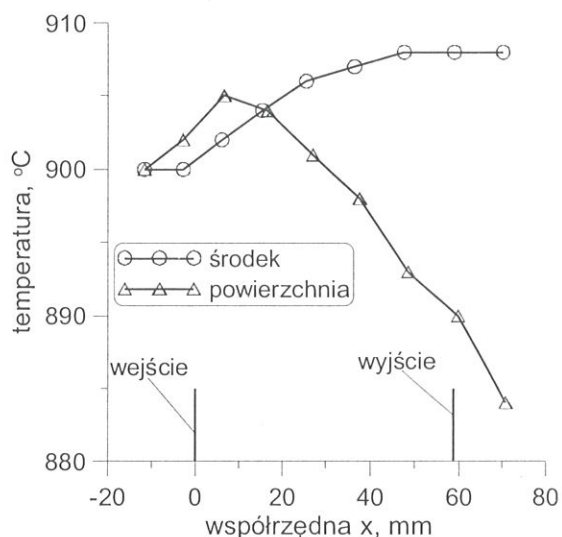
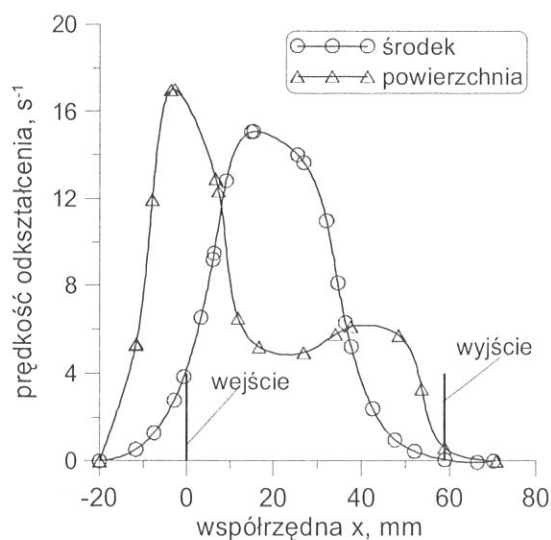


Rysunek 14. Zmiany naprężenia uplastyczniającego materiału w czasie jego przejścia przez szczelinę walców obliczone metodą zmiennej wewnętrznej (MZW) i z konwencjonalnego równania (17); walcowanie pasma o grubości 5 mm, temperatura początkowa 900°C.

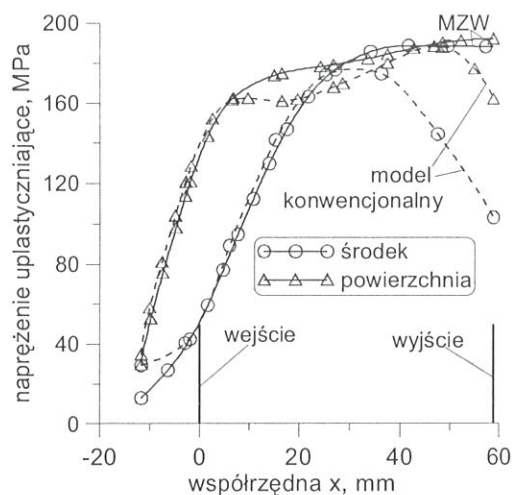
Jako drugi rozważono przypadek charakteryzujący się znacznie większym współczynnikiem kształtu $\Delta = h/L = 0,7$ odpowiadający walcowaniu pasma o grubości 50 mm z gniosem 0,2. Pozostałe parametry procesu walcowania były takie same jak w poprzednim przykładzie. Uzyskane wyniki przedstawiono w takim samym układzie jak poprzednio na rysunkach 15 i 16.

Jak widać na rysunku 15 w przypadku dużych współczynników kształtu występują większe nierównomierności prędkości odkształcenia, co jest zgodne z wcześniejszymi obserwacjami (Pietrzyk, 1983). Nierównomierność prędkości odkształcenia powoduje jeszcze większe rozbieżności między naprężeniem uplastyczniającym obliczonym z klasycznego równania (17) i metodą zmiennej wewnętrznej (rysunek 16). W konwencjonalnym modelu naprężenie uplastyczniające nadąża za chwilowymi zmianami prędkości odkształcenia i temperatury, podczas gdy w metodzie zmiennej wewnętrznej zależy ono od stanów pośrednich materiału wyznaczonych przez historię odkształcenia.

Celem kolejnych symulacji było porównanie wyników uzyskanych z wykorzystaniem dwóch analizowanych modeli w przypadkach procesów, w któ-



Rysunek 15. Zmiany prędkości odkształcenia (a) i temperatury (b) na długości kotliny walcowniczej dla walcowania pasma o grubości 50 mm, temperatura początkowa 900°C.

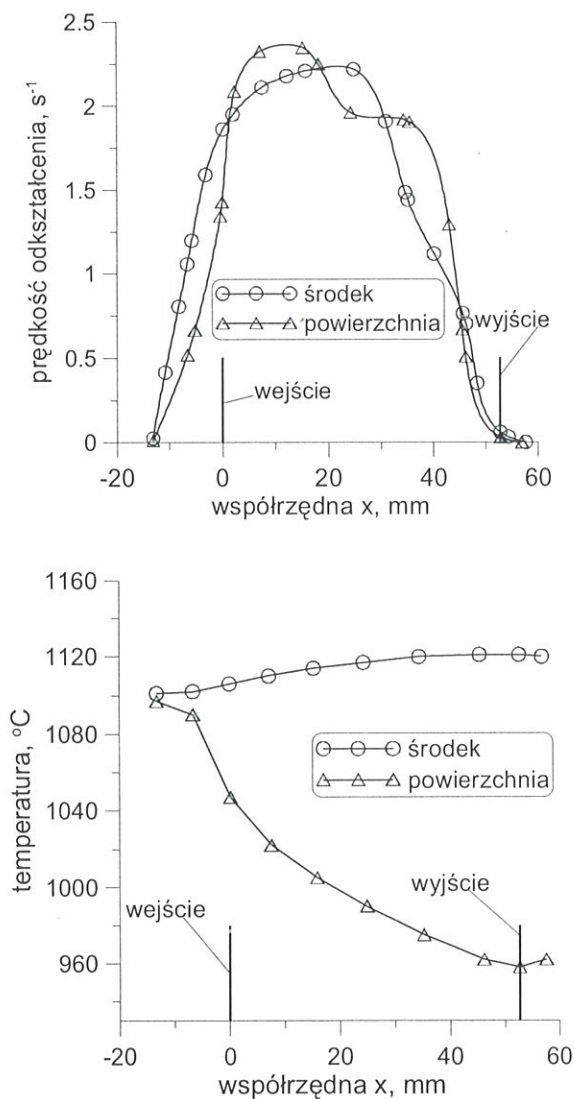


Rysunek 16. Zmiany naprężenia uplastyczniającego materiału w czasie jego przejścia przez szczelinę walców obliczone metodą zmiennej wewnętrznej (MZW) i z konwencjonalnego równania (17); walcowanie pasma o grubości 50 mm, temperatura początkowa 900°C.



rych występuje rekrytalizacja dynamiczna. Ten typ rekrytalizacji rzadko występuje w warunkach przemysłowych, dlatego do symulacji wybrano parametry odbiegające nieco od typowych występujących w walcowniach blach. Rozważono walcowanie pasma o grubości 20 mm z gniosem 0,4 i temperaturą początkową 1100°C. Współczynnik kształtu kotliny walcowniczej wynosił w tym przypadku $\Delta = 0,304$. Założono znacznie mniejszą prędkość walcowania, 5 obr/min. Aby uniknąć znacznego spadku temperatury, jaki miałby miejsce przy tak niskiej prędkości walcowania, przyjęto współczynnik wymiany ciepła stosowany w warunkach laboratoryjnych wynoszący 4800 W/m²K (Pietrzyk, 1992). Pozostałe parametry procesu były takie same jak w poprzednich przypadkach.

Zmiany prędkości odkształcenia i temperatury w kotlinie walcowniczej pokazano na rysunku 17. Nie duże są różnice prędkości odkształcenia między środkiem pasma i powierzchnią, ale zmiany tej prędkości

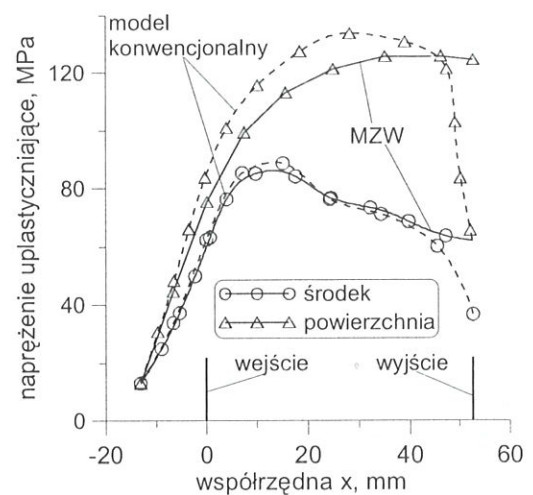


Rysunek 17. Zmiany prędkości odkształcenia (a) i temperatury (b) na długości kotliny walcowniczej dla walcowania pasma o grubości 20 mm, temperatura początkowa 1100°C.

na długości strefy odkształcenia są znaczne. Wpływ odprowadzenia ciepła w wyniku kontaktu z walcem jest znacznie większy niż w poprzednich przypadkach i spadek temperatury przy powierzchni jest rzędu 150°C. Wynika to z małej prędkości walcowania czyli długiego czasu styku metalu z walcem.

Zmiany naprężenia uplastyczniającego w kotlinie walcowniczej obliczone dwoma modelami przedstawiono na rysunku 18. Znowu występują duże różnice szczególnie w pobliżu płaszczyzny wyjścia. Naprężenie uplastyczniające w tym obszarze, obliczone ze wzoru (17), jest wyznaczone dla bardzo małych prędkości odkształcenia (małych wartości parametru Zenera-Hollomona Z) i dużych odkształceń, które były tylko wartościami chwilowymi. Dlatego model (17) przewiduje bardzo małe odkształcenie krytyczne i duży udział rekrytalizacji dynamicznej w tym obszarze. Tymczasem większość odkształcenia była zadana przy znacznie większych wartościach parametru Z czyli rzeczywisty udział rekrytalizacji dynamicznej jest znacznie mniejszy, co poprawnie przewiduje model wykorzystujący metodę zmiennej wewnętrznej.

Wykonane przykładowe symulacje metodą elemen-



Rysunek 18. Zmiany naprężenia uplastyczniającego materiału w czasie jego przejścia przez szczelinę walców obliczone metodą zmiennej wewnętrznej (MZW) i z konwencjonalnego równania (17); walcowanie pasma o grubości 20 mm, temperatura początkowa 1100°C.

tów skończonych wykazały, że konwencjonalne modele naprężenia uplastyczniającego, określające to naprężenie jako funkcję chwilowych wartości parametrów procesu, mogą w pewnych przypadkach dawać błędne wyniki. W przypadku procesu walcowania swobodne płynięcie materiału jest w znacznym stopniu ograniczone i dlatego te błędy mają wpływ tylko na poprawność określenia wartości sił i naprężeń. Ale ten sam problem może pojawić się w procesach charakteryzujących się swobodnym płynięciem materiału, na przykład w procesach kucia, i w takim

przypadku obliczone kształty wyrobów mogą też być błędne.

5. PODSUMOWANIE

Zasadniczym celem pracy było przedstawienie modelu konstytutywnego wykorzystującego metodę zmiennych wewnętrznych do opisu naprężenia uplastyczniającego. Opisano podstawy matematyczne trzech wersji tego modelu: i) uwzględniającą funkcję prawdopodobieństwa rozkładu gęstości dyslokacji, ii) rozróżniającą dwa typy dyslokacji, mobilne i uwiecznione w granicach podziarn, iii) zakładającą jeden rodzaj dyslokacji i jedną średnią wartość gęstości dyslokacji. Wykazano, że zasadniczą zaletą metody zmiennych wewnętrznych jest uwzględnienie wpływu historii odkształcenia na chwilowy stan materiału.

Drugim celem przeprowadzonej analizy było zbadanie w jakim stopniu istotne jest uwzględnienie historii odkształcenia w modelu konstytutywnym stosowanym w symulacji procesów plastycznej przeróbki. W tej części pracy porównano dwa modele konstytutywne, pierwszy wykorzystujący konwencjonalne równanie opisujące naprężenie uplastyczniające w funkcji odkształcenia, temperatury i prędkości odkształcenia, a drugi wykorzystujący metodę zmiennej wewnętrznej. Dokonano identyfikacji parametrów modeli konstytutywnych na podstawie prób plastometrycznych. Opracowane modele zostały wprowadzone do programu na bazie metody elementów skończonych i wykonano symulacje procesu walcowania na gorąco.

Przeprowadzone obliczenia wykazały duże różnice lokalnych wartości naprężenia uplastyczniającego w kotlinie walcowniczej wyznaczonych różnymi modelami. Konwencjonalne modele dokładnie śledzą zmiany temperatury i prędkości odkształcenia i bez żadnego opóźnienia przechodzą na nowe równanie stanu, odpowiadające nowym chwilowym warunkom. Metoda zmiennej wewnętrznej przedstawia naprężenie uplastyczniające w funkcji stanu materiału, który jest wyznaczany przez historię odkształcenia. Jest to zgodne z obserwacjami doświadczalnymi, które wykazują, że odpowiedź materiału na zmianę warunków odkształcenia związana jest z pewną zwłoką, wynikającą ze zjawisk mikrostrukturalnych zachodzących w materiale.

Różnice wartości naprężenia uplastyczniającego wyznaczone różnymi modelami są duże, nie akceptowalne z punktu widzenia wymaganych dokładności symulacji.

Uwaga: Praca wykonana w ramach grantu KBN, 4 T08A 062 23.

LITERATURA

- Davies, C.H.J., 1994, Dynamics of the Evolution of Dislocation Populations, *Scr. Met. Mater.*, 30, 349-353.
- Estrin, Y., Mecking, H., 1984, A Unified Phenomenological Description of Work Hardening and Creep Based on One Parameter Models, *Acta Metall.*, 29, 57-70.
- Estrin, Y., 1996, Dislocation Density Related Constitutive Modelling, w: *Unified Constitutive Laws of Plastic Deformation*, (eds, Krausz, A.S., Krausz, K., Academic Press.
- Gavrus A., Massoni E., Chenot J.L., 1996, An Inverse Analysis using a Finite Element Model for Identification of Rheological Parameters, *Mat. Konf. Metal Forming '96*, eds, M. Pietrzyk, J. Kusiak, P. Hartley, I. Pillinger, *J. Mat. Proc. Techn.*, 60, 447-454.
- Gronostajski, Z., 2000, *Modele konstytutywne opisujące zachowanie się wybranych stopów miedzi w zakresie dużych odkształceń plastycznych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
- Grosman, F., 1996, Problemy doboru funkcji naprężenia uplastyczniającego do programów komputerowej symulacji procesów przeróbki plastycznej, *Mat. Konf. PLAST'96*, ed., Hadasik, E., Ploch, A., Ustroń, 11-16.
- Hadasik, E., 2002, Metodyka wyznaczania charakterystyk plastyczności w próbie skręcania na gorąco, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Hutnictwo*, z. 93, Gliwice.
- Korbel, A., Perspectives of the Control of Mechanical Performance of Metals during Forming Operations, *Mat. Konf. Metal Forming '92*, ed., Pietrzyk, M., Kusiak, J., Kraków, *J. Mater. Proc. Techn.*, 34, 1992, 41-50.
- Kowalski, B., Sellars, C.M., Pietrzyk, M., 2000, Development of a Computer Code for the Interpretation of Results of Hot Plane Strain Compression Tests, *ISIJ International*, 40, 1230 – 1236.
- Lenard, J.G., Pietrzyk, M., Cser, L., 1999, *Mathematical and Physical Simulation of the Properties of Hot Rolled Products*, Elsevier, Amsterdam.
- Madej, Ł., Kuziak, R., Pietrzyk, M., 2003, Validation of the History Dependent Constitutive Law under Varying Conditions of Hot Deformation, *Mat. Konf. ESAFORM 6*, ed., Brucato, V., Salerno, 507-510.
- Mecking, H., Kocks, U.F., 1981, Kinetics of Flow and Strain-Hardening, *Acta Metall.*, 29, 1865-1875.
- McQueen, H.J., 1993, Controversies in the Theory of Dynamic Recrystallization, *Mat. Sci. Forum*, 113-115, 429-434.
- Ordon, J., Kuziak, R., Pietrzyk, M., 2000, History Dependant Constitutive Law for Austenitic Steels, *Mat. Konf. Metal Forming 2000*, eds, Pietrzyk, M., Kusiak, J., Majta, J., Hartley, P., Pillinger, I., Wydawn. A. Balkema, Kraków, 747-753.
- Ordon, J., Pietrzyk, M., Kędzierski, Z., Kuziak, R., Constitutive Model Based on Two Internal Variables for Constant and Changing Deformation Conditions, *Mat. Konf. Thermo-mechanical Processing, Sheffield* (w druku).
- Pietrzyk, M., Kusiak, H., Lenard, J.G., 1992, Wymiana ciepła między odkształcanym metalem i narzędziem w procesach plastycznej przeróbki, *Hutnik*, 59, 153-159
- Pietrzyk, M., 1983, Współczynnik kształtu strefy odkształcenia jako kryterium oceny parametrów siłowych procesu walcowania na gorąco, *Hutnik*, 50, 12-14.

- Pietrzyk, M., 1994a, Numerical Aspects of the Simulation of Hot Metal Forming Using Internal Variable Method, *Metall. Foundry Eng.*, 20, 429-439.
- Pietrzyk, M., 1994b, ELroll - program symulujący metodą elementów skończonych proces walcowania wyrobów płaskich, *Hutnik-Wiadomości Hutnicze*, 61, 314-320.
- Pietrzyk, M., Roucoules, C., Hodgson, P.D., 1995, Dislocation Model for Work Hardening and Recrystallization Applied to the Finite-Element Simulation of Hot Forming, *Mat. Konf. NUMIFORM'95*, ed., Shen, S.-F., Dawson, P.R., Ithaca, 315-320.
- Roucoules, C., Hodgson, P.D., Yue, S., Jonas, J.J., 1994, Softening and Microstructural Change Following the Dynamic Recrystallization of Austenite, *Metall. Mater. Trans. A*, 25A., 1994, 389-400.
- Roucoules, C., Hodgson, P.D., 1995, Post-Dynamic Recrystallization after Multiple Peak Dynamic Recrystallization in C-Mn Steels, *Mat. Sci. Techn.*, 11, 548-556.
- Roucoules, C., Pietrzyk, M., Hodgson, P.D., 2003, Analysis of Work Hardening and Recrystallization during the Hot Working of Steel Using a Statistically Based Internal Variable Method, *Mat. Sci. Eng.*, A339, 1-9.
- Sandstrom, R., Lagneborg, R., 1975, A Model for Hot Working Occurring by Recrystallization, *Acta Metall.*, 23, 387-398.
- Schindler, I., Hadasik, E., Radina, M., Boruta, J., Niewielski, G., 1996, Matematicke modely popisujici deformacni odpory vysokolegovanych oceli pri valcovani za tepla, *Mat. Konf. Steel Strip'96*, Opava, 97-202.
- Szeliga, D., Pietrzyk, M., 2001, Problem of the Starting Point Generation for the Inverse Analysis of Compression Tests, *Metall. Foundry Eng.*, 27, 167-18.
- Szyndler, D., Pietrzyk, M., Hodgson, P.D., 2001, Identification of Parameters in the Internal Variable Constitutive Model and Friction Model for Hot Forming of Steels, *Mat. Konf. NUMIFORM 2001*, ed., Mori, K., Wydawn. A. Balkema, Toyohashi, 297-302.
- Urcola, J.J., Sellars, C.M., 1987, Effect of Changing Strain Rate on Stress-Strain Behaviour during High Temperature Deformation, *Acta Metall.*, 35, 2637-45.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., 1989, *The finite element method*, tom. I, McGraw Hill.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., 1991, *The finite element method*, tom. II, McGraw Hill.

Artykuł otrzymano 30 listopada 2002 r.