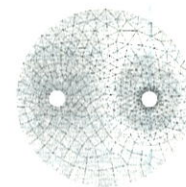




Wydawnictwo  
Naukowe  
AKAPIT



## ZASTOSOWANIE ALGORYTMÓW EWOLUCYJNYCH W OPTYMALNYM KSZTAŁTOWANIU CIAŁ SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNYCH

TADEUSZ BURCZYŃSKI, WACŁAW KUŚ

### APPLICATION OF EVOLUTIONARY ALGORITHMS IN OPTIMAL DESIGN OF ELASTO-PLASTIC STRUCTURES

#### Abstract

*The paper is devoted to the application of the evolutionary methods and the finite and boundary element methods (FEM, BEM) to shape optimization of elasto-plastic structures. The minimization of plastic regions in the structure is taken into account as an optimization criterion.*

## 1. WSTĘP

W projektowaniu elementów konstrukcyjnych oraz w analizie skutków działania procesów technologicznych metali pojawiają się zagadnienia związane z generowaniem znacznych obszarów odkształceń trwałych, które wynikają z nieliniowego charakteru związków konstytutywnych materiału. Zagadnienie znalezienia najlepszych geometrycznie kształtów takich ciał z punktu widzenia zminimalizowania obszarów odkształceń plastycznych jest zadaniem optymalizacji. Optymalizację kształtu ciał sprężysto-plastycznych można przeprowadzić korzystając z klasycznych metod optymalizacji bazujących na analizie wrażliwości (Leu i Mukherjee, 1993). Takie podejście może być jednak kłopotliwe, ponieważ wymaga obliczenia gradientu funkcji celu oraz często prowadzi do

otrzymania tylko optymalnych rozwiązań lokalnych.

W artykule przedstawiono zastosowanie algorytmów ewolucyjnych oraz metody elementów skończonych i metody elementów brzegowych do optymalnego kształtowania ciał sprężysto-plastycznych. Celem optymalizacji jest określenie takiego kształtu ciała, dla którego strefy w których wystąpią naprężenia plastyczne będą jak najmniejsze. Do optymalizacji zastosowano algorytm ewolucyjny, którego głównymi zaletami są: poszukiwanie rozwiązania optymalnego, korzystając z populacji rozwiązań w każdym z kroków algorytmu, brak konieczności znajomości gradientu funkcji celu (funkcji przystosowania), duże prawdopodobieństwo zakończenia optymalizacji w pobliżu optimum globalnego. Wadą algorytmów ewolucyjnych jest długi czas obliczeń związany z dużą liczbą obliczeń wartości funkcji celu.

T. Burczyński<sup>1,2</sup>, W. Kuś<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Katedra Wytrzymałości Materiałów i Metod Komputerowych Mechaniki, Politechnika Śląska

<sup>2</sup> Instytut Modelowania Komputerowego, Politechnika Krakowska

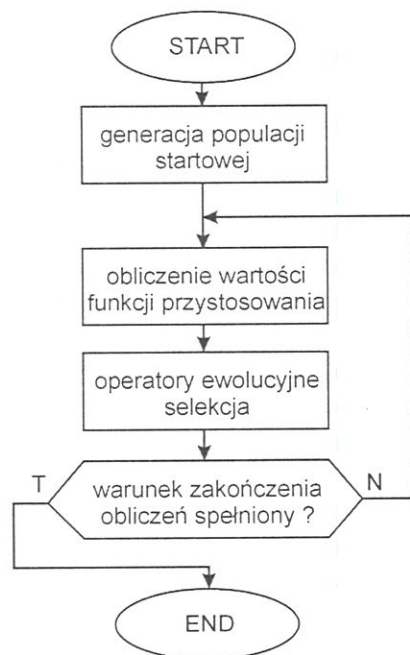
Do opisu geometrii optymalizowanych ciał zastosowano w kilku przypadkach krzywe NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) pozwalające na zmniejszenie liczby parametrów opisujących kształt ciała.

Artykuł jest rozwinięciem prac autorów z zakresu optymalizacji ciał sprężysto-plastycznych (Burczyński i Kuś, 2000, Kuś i Burczyński, 2000).

## 2. ALGORYTM EWOLUCYJNY

Algorytmy ewolucyjne (Arabas, 2001, Goldberg, 1995, Michalewicz, 1999) są algorytmami przeszukującymi przestrzeń rozwiązań, bazującymi na analogii do biologicznej ewolucji gatunków. Podobnie jak w biologii mówimy o osobnikach, reprezentują one pojedyncze rozwiązanie. Algorytmy ewolucyjne operują na populacjach osobników, tak więc w każdej chwili działania algorytmu mamy do czynienia ze zbiorem rozwiązań problemu. Poszczególne osobniki składają się z chromosomów. Zazwyczaj przyjmuje się, że osobnik posiada jeden chromosom. W skład chromosomów wchodzi geny, są one odpowiednikami zmiennych projektowych w zadaniach optymalizacji. Przystosowanie osobników do środowiska zwiększa szansę jego przetrwania. Ocena przystosowania dokonywana jest z użyciem funkcji przystosowania. Wszystkie geny osobnika decydują o wartości funkcji przystosowania. Schemat działania algorytmu ewolucyjnego przedstawiony jest na rysunku 1.

W pierwszym kroku tworzona jest populacja startowa osobników. Tworzy się ją zazwyczaj losując wartości genów poszczególnych osobników. Kolejny etap polega na określeniu wartości funkcji przystoso-



Rysunek 1. Schemat działania algorytmu ewolucyjnego.

wania osobników. Następnie operatory ewolucyjne zmieniają geny osobników populacji rodziców, dokonywana jest selekcja osobników, które znajdują się w populacji potomnej. Populacja potomna staje się populacją rodziców i algorytm wykonywany jest iteracyjnie, aż do spełnienia warunku zakończenia obliczeń. Warunek zakończenia obliczeń jest najczęściej formułowany jako maksymalna liczba iteracji.

W algorytmach ewolucyjnych stosuje się reprezentację zmiennoprzecinkową tzn. geny zawarte w chromosomach zawierają liczby zmiennoprzecinkowe. Zazwyczaj stosuje się ograniczenia na zmienność wartości genów.

Osobnik jednochromosomowy (tzn. chromosom)  $ch_i, i = 1, 2, \dots, N$ , gdzie  $N$  jest rozmiarem populacji, można przedstawić za pomocą macierzy kolumnowej lub wierszowej, której elementy reprezentowane są przez geny  $g_{ij}, j = 1, 2, \dots, n, n$  – liczba genów w chromosomie.

$$ch_i = \begin{bmatrix} g_{i1} \\ g_{i2} \\ \vdots \\ g_{ij} \\ \vdots \\ g_{in} \end{bmatrix} \quad g_{ij}^L \leq g_{ij} \leq g_{ij}^P$$

Rysunek 2. Budowa osobnika.

Operatory ewolucyjne zmieniają wartości genów podobnie jak biologiczne mechanizmy mutacji i krzyżowania. W literaturze opisanych jest wiele operatorów ewolucyjnych, podstawowe z nich to:

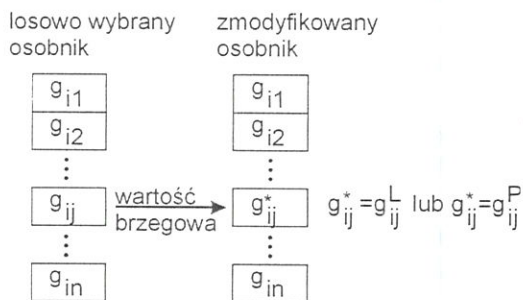
- mutacja równomierna,
- mutacja brzegowa,
- krzyżowanie proste,
- krzyżowanie arytmetyczne.

Mutacja równomierna zmienia wartości losowo wybranych genów w przypadkowo wyselekcjonowanych osobnikach. Nowe wartości genów są losowane, tak aby spełniały ograniczenia na zmienność wartości genów. Schemat działania operatora przedstawiony jest na rysunku 3.

$$\begin{array}{ccc} \text{losowo wybrany} & & \text{zmodyfikowany} \\ \text{osobnik} & & \text{osobnik} \\ \begin{bmatrix} g_{i1} \\ g_{i2} \\ \vdots \\ g_{ij} \\ \vdots \\ g_{in} \end{bmatrix} & \xrightarrow{\text{wartość losowa}} & \begin{bmatrix} g_{i1} \\ g_{i2} \\ \vdots \\ g_{ij}^* \\ \vdots \\ g_{in} \end{bmatrix} \end{array} \quad g_{ij}^L \leq g_{ij}^* \leq g_{ij}^P$$

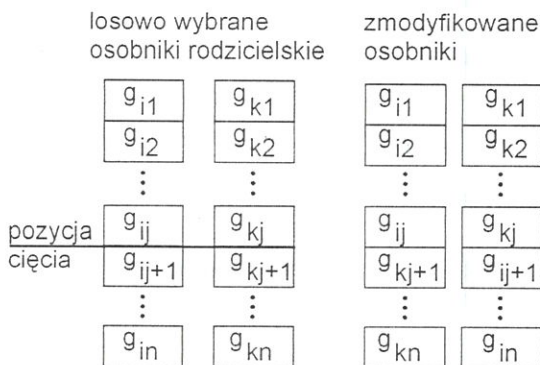
Rysunek 3. Schemat działania mutacji równomiernej.

Mutacja brzegowa działa w sposób podobny do mutacji równomiernej, z tym że nowe wartości, które otrzymują geny są równe lewemu lub prawemu ograniczeniu na zmienność genu (rysunek 4).



Rysunek 4. Schemat działania mutacji brzegowej.

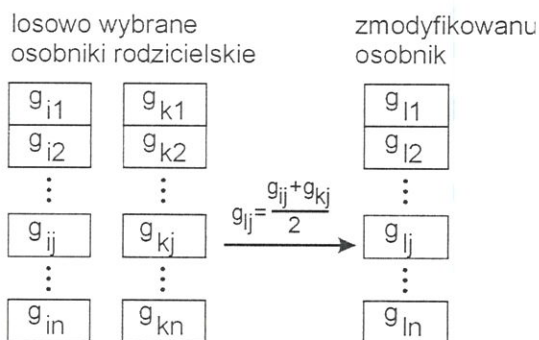
Krzyżowanie proste jest operatorem tworzącym osobnika potomnego na podstawie dwóch osobników rodzicielskich. Losowana jest pozycja cięcia (rysunek 5), nowy osobnik składa się z części genów pierwszego oraz części drugiego osobnika.



Rysunek 5. Schemat działania krzyżowania prostego.

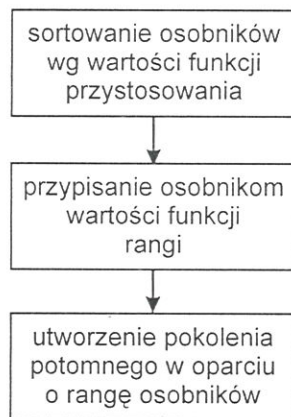
Krzyżowanie arytmetyczne nie ma swojego odpowiednika biologicznego. Nowy osobnik powstaje podobnie jak w przypadku krzyżowania prostego na podstawie dwu osobników rodzicielskich, przy czym wartości genów osobnika określane są jako średnia wartości genów osobników rodzicielskich.

Ważnym składnikiem algorytmu ewolucyjnego jest mechanizm selekcji. Prawdopodobieństwo przetrwa-



Rysunek 6. Schemat działania krzyżowania arytmetycznego.

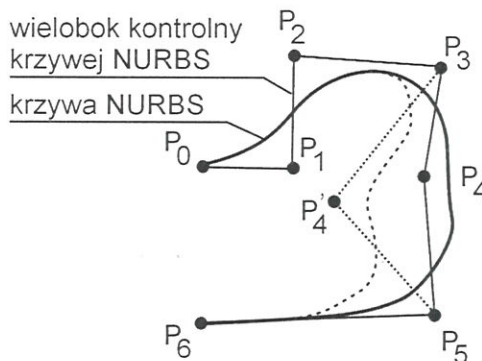
nia osobnika zależy od wartości funkcji przystosowania. Selekcja rangowa wykonywana jest w kilku etapach (rysunek 7). W pierwszej kolejności sortujemy osobniki biorąc pod uwagę wartości funkcji przystosowania, następnie każdemu z osobników przypisujemy wartość rangi. Zależy ona od numeru osobnika oraz od funkcji rangi. Najlepsze osobniki otrzymują największą wartość rangi, najgorsze najmniejszą. Ostatni etap polega na wylosowaniu osobników do pokolenia potomnego, przy czym prawdopodobieństwo wylosowania poszczególnych osobników jest ściśle związane z wartością rangi osobników.



Rysunek 7. Schemat działania selekcji rangowej.

### 3. KODOWANIE KSZTAŁTU CIAŁA

W celu określenia kształtu ciała stosujemy krzywe NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline) (Piegl i Tiller, 1997) lub proste figury geometryczne (prostokąty, elipsy). Krzywe NURBS pozwalają za pomocą niewielu parametrów otrzymać skomplikowane kształty. Parametrami tymi są węzły wieloboku kontrolnego oraz wagi poszczególnych węzłów. Na rysunku 8 przedstawiono przykładową krzywą NURBS opisaną siedmioma węzłami kontrolnymi  $P_0-P_6$ , oraz pokazano wpływ zmiany położenia jednego z węzłów kontrolnych  $P_4$  na  $P_4'$  na kształt krzywej.



Rysunek 8. Krzywe NURBS.

Proste figury geometryczne stosujemy w przypadkach, gdy optymalizowany kształt ciała związany jest ze zmianą np. położenia lub średnicy otworów w kształcie okręgów, elips bądź prostokątów.

Ponieważ algorytm ewolucyjny operuje na osobnikach składających się z genów, konieczne jest zakodowanie kształtu ciała. W tym celu geny reprezentują parametry krzywych NURBS (np. współrzędne punktów wieloboku kontrolnego) lub parametry figur prostych (np. położenie środka i promień okręgu).

#### 4. OBLICZANIE FUNKCJI PRZYSTOSOWANIA

Poszukiwany jest kształt ciała zapewniający minimalne strefy odkształceń plastycznych w obrębie ciała. Funkcja przystosowania została sformułowana następująco:

$$F = \int_{\Omega} \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_0} \right) d\Omega \quad (1)$$

gdzie

$$\sigma_a = \begin{cases} \sigma_{red} & \text{gd}y \quad \sigma_{red} \geq \sigma_p \\ 0 & \text{gd}y \quad \sigma_{red} < \sigma_p \end{cases}$$

gdzie  $\sigma_{red}$  oznacza naprężenie redukowane obliczane z hipotezy Hubera–Misesa,  $\sigma_p$  oznacza granicę plastyczności,  $\sigma_0$  jest naprężeniem odniesienia.

W celu obliczenia funkcji przystosowania konieczna jest znajomość rozkładu naprężeń w ciele. Rozkład ten otrzymywany jest przez rozwiązanie zadania bezpośredniego za pomocą metody elementów skończonych (MES) lub metody elementów brzegowych (MEB).

##### 4.1. MES dla ciał sprężysto-plastycznych

Rozważmy ciało sprężysto-plastyczne przedstawione na rysunku 9. Na części brzegu  $\Gamma$  zadane są siły powierzchniowe  $\mathbf{p}$ , na części przemieszczenia  $\mathbf{u}$ . Siły objętościowe  $\mathbf{b}$  zadane są w obszarze  $\Omega$ .

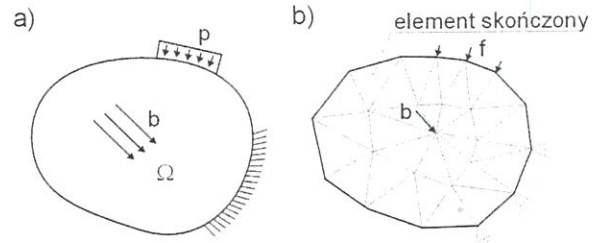
Macierzowe równanie prac wirtualnych ciała (Zienkiewicz i Taylor, 2000, Kleiber, 1998) można zapisać jako:

$$\int_{\Omega} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \int_{\Gamma_f} \delta \mathbf{u}'^T \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} d\Omega \quad (2)$$

gdzie  $\boldsymbol{\varepsilon}$  jest macierzą odkształceń,  $\boldsymbol{\sigma}$  macierzą naprężeń, a  $\mathbf{u}$  jest wektorem przemieszczeń.

Jeżeli  $\mathbf{N}$  będzie macierzą funkcji kształtu, to możemy zapisać że:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{q}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \nabla \mathbf{N}\mathbf{q} \quad (3)$$



Rysunek 9. Ciało sprężysto-plastyczne: a) przed, b) po dyskretyzacji elementami skończonymi.

gdzie wektor  $\mathbf{q}$  zawiera przemieszczenia w węzłach ciała po dyskretyzacji. Przyjmujemy, że:

$$\delta \mathbf{u} = \mathbf{N}\delta \mathbf{q}, \quad \delta \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}\delta \mathbf{q} \quad (4)$$

gdzie  $\mathbf{B}$  jest macierzą geometryczną.

Wstawiając (3) i (4) do (2) otrzymujemy:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \int_{\Gamma_f} \mathbf{N}^T \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega \quad (5)$$

Prawą część równania odpowiadającą obciążeniu ciała siłami zapiszemy jako:

$$\mathbf{F} = \int_{\Gamma_f} \mathbf{N}^T \mathbf{p} d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega \quad (6)$$

otrzymując równanie:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega = \mathbf{F} \quad (7)$$

gdzie  $\mathbf{F}$  jest wektorem obciążeń węzłowych.

Przyrost  $d\mathbf{F}$  obciążeń węzłowych powoduje przyrost naprężeń:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T (\boldsymbol{\sigma} + d\boldsymbol{\sigma}) d\Omega = \mathbf{F} + d\mathbf{F} \quad (8)$$

czyli

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T d\boldsymbol{\sigma} d\Omega = d\mathbf{F} \quad (9)$$

Przyrost naprężeń można określić jako styczną macierz sprężystości materiału  $\mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma})$ , zależną od naprężeń i pomnożoną przez przyrost odkształceń:

$$d\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma})d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

Po wstawieniu do wzoru (9) oraz uwzględnieniu (4), otrzymujemy:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{B} d\mathbf{q} d\Omega = d\mathbf{F} \quad (11)$$

Styczna macierz sztywności zdefiniowana jest następująco:

$$\mathbf{K}_T = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{B} d\Omega \quad (12)$$

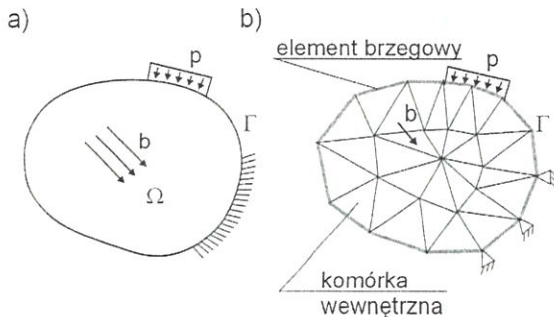
Macierz ta składa się z niezmiennej macierzy geometrycznej  $\mathbf{B}$ , oraz ze stycznej macierzy sprężystości

$D(\sigma)$  zależnej od aktualnego stanu naprężenia. Możemy więc równanie (2) zapisać jako:

$$K_T dq = dF \quad (13)$$

Równanie to jest rozwiązywane iteracyjnie. Najczęściej stosowaną metodą rozwiązywania tego typu równań jest metoda Newtona-Raphsona.

#### 4.2. MEB dla ciał sprężysto-plastycznych



Rysunek 10. Ciało sprężysto-plastyczne: a) przed, b) po dyskretyzacji MEB.

Ciało sprężysto-plastyczne (rysunek 10) jest dyskretyzowane z użyciem elementów brzegowych oraz komórek wewnętrznych. Do obliczenia zadania bezpośredniego MEB zastosowano metodę wstępnych odkształceń (Burczyński, 1995).

Całkowe równanie brzegowe dla ciał sprężysto-plastycznych może być wyrażone jako:

$$cu = \int_{\Gamma} U^* p \, d\Gamma - \int_{\Gamma} P^* u \, d\Gamma + \int_{\Omega} U^* b \, d\Omega + \int_{\Omega} T^* \epsilon^p \, d\Omega \quad (14)$$

gdzie  $U^*$ ,  $P^*$ ,  $T^*$  są rozwiązaniami fundamentalnymi,  $u$  jest wektorem przemieszczeń,  $p$  jest wektorem sił powierzchniowych,  $b$  określa wektor sił wewnętrznych,  $\epsilon^p$  jest wartością odkształceń plastycznych.

Naprężenia wewnątrz ciała można wyznaczyć z zależności:

$$\sigma(x) = \int_{\Gamma} D^* p \, d\Gamma - \int_{\Gamma} S^* u \, d\Gamma + \int_{\Omega} D^* b \, d\Omega + \int_{\Omega} T^* \epsilon^p \, d\Omega + I^{\sigma} \epsilon^p(x) \quad (15)$$

gdzie  $D^*$ ,  $S^*$  są rozwiązaniami fundamentalnymi a  $I^{\sigma}$  jest macierzą współczynników.

Po dyskretyzacji równania (14) i (15) mają postać:

$$Hu = Gp + R\epsilon^p + B \quad (16)$$

$$\sigma = G_D p - H_S u + M\epsilon^p + B_D \quad (17)$$

gdzie macierze  $H$ ,  $G$ ,  $R$ ,  $B$ ,  $G_D$ ,  $H_S$ ,  $M$ ,  $B_D$  są macierzami zawierającymi obliczone całki brzegowe i objętościowe.

Po przegrupowaniu równań tak aby wielkości znane znalazły się w wektorze  $F$  i  $\bar{F}$ , a nieznanne w  $X$ , równania przyjmują postać:

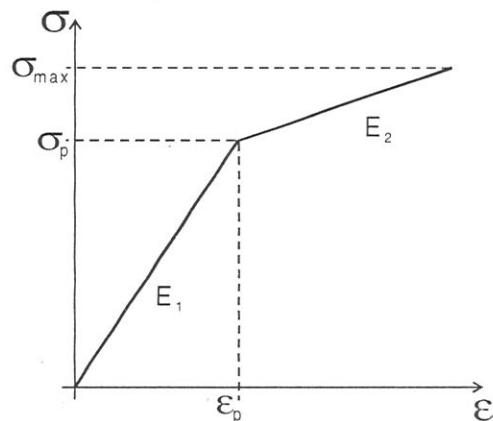
$$AX = F + R\epsilon^p \quad (18)$$

$$\sigma = -\bar{A}X + \bar{F} + M\epsilon^p \quad (19)$$

gdzie  $A$ ,  $\bar{A}$ ,  $M$ ,  $R$  są macierzami współczynników. Równania te rozwiązują się iteracyjnie.

#### 5. PRZYKŁADY NUMERYCZNE

W każdym z przykładów numerycznych przyjęto, że ciało wykonane jest z materiału sprężysto-plastycznego ze wzmocnieniem kinematycznym, o charakterystyce przedstawionej na rysunku 11.



Rysunek 11. Charakterystyka materiału użytego w testach numerycznych.

##### 5.1. Przykład 1

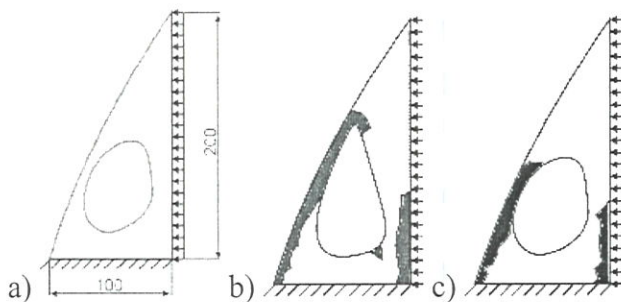
Optymalizowany był kształt wspornika (rysunek 12a). Parametry materiału przedstawiono w tabeli 1. Optymalizacji podlegał zarówno brzeg zewnętrzny wolny od sił powierzchniowych jak i brzeg otworu wewnętrznego. W tym celu nieobciążony brzeg zewnętrzny modelowany był krzywą NURBS z 3 punktami kontrolnymi (jeden z nich mógł przemieszczać się w dwóch kierunkach – 2 zmienne projektowe), a brzeg otworu modelowany był za pomocą NURBS z 4 punktami kontrolnymi (8 zmiennych projektowych). Funkcja przystosowania (1) obliczona była za pomocą MES przy założeniu, że we wsporniku panuje płaski stan naprężenia (PSN). Parametry obliczeniowe wspornika oraz optymalizacji ewolucyjnej przedsta-

Tabela 1. Parametry materiału.

$E_1$ GPa	$E_2$ GPa	$\sigma_p$ MPa	$\nu$
20	0.5	250	0.3

Tabela 2. Parametry obliczeniowe.

Grubość	Tarcza	Obciążenie	Max. pole pow.	Liczba osobników	Liczba pokoleń
5	PSN	110	8000	500	450



Rysunek 12. Wspornik z otworem. a) geometria, b) najlepszy osobnik w 1 pokoleniu, c) najlepszy osobnik w 321 pokoleniu.

wiono w tabeli 2. Geometrię wspornika oraz najlepsze rozwiązanie w 1 oraz w 321 pokoleniu przedstawiono na rysunku 12.

## 5.2. Przykład 2

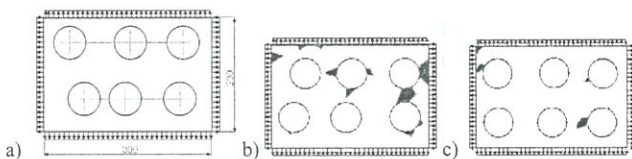
Rozpatrywana była rozciągana tarcza prostokątna o parametrach materiałowych przedstawionych w tabeli 3. Założono, że otwory będą miały stałą średnicę, ale mogą zmieniać swoje położenie wewnątrz tarczy. Dwie zmienne projektowe odpowiadają za współrzędne  $y$  otworów w rzędach poziomych natomiast pozostałe sześć zmiennych za współrzędne w osi  $x$  otworów. W tarczy panował płaski stan naprężenia (PSN), a funkcja przystosowania obliczana była za pomocą MES. Parametry obliczeniowe przedstawiono w tabeli 4. Wyniki optymalizacji przedstawiono na rysunku 13.

Tabela 3. Parametry materiału.

$E_1$ GPa	$E_2$ GPa	$\sigma_p$ MPa	$\nu$
20	0.5	250	0.3

Tabela 4. Parametry obliczeniowe.

Grubość	Tarcza	Obciążenie	Max. pole pow.	Liczba osobników	Liczba pokoleń
2	PSN	220	-	500	300



Rysunek 13. Rozciągana tarcza. a) geometria, b) najlepszy osobnik w 1 pokoleniu, c) najlepszy osobnik w 125 pokoleniu.

## 5.3. Przykład 3

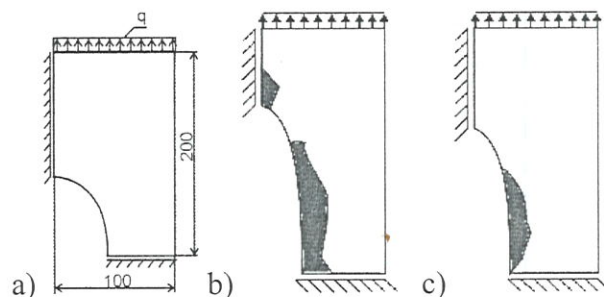
Rozpatrywana była prostokątna tarcza o parametrach materiałowych przedstawionych w tabeli 5, z otworem eliptycznym. Z uwagi na symetrię zadania rozpatrywano tylko 1 tarczę. Za zmienne projektowe przyjęto promienie elipsy w kierunku osi  $x$  i  $y$ . Zagadnienie rozważane było jako płaski stan odkształcenia (PSO), a funkcję przystosowania obliczano za pomocą MEB. Parametry obliczeniowe zadania przedstawiono w tabeli 6. Wyniki optymalizacji ewolucyjnej przedstawiono na rysunku 14.

Tabela 5. Parametry materiału.

$E_1$ GPa	$E_2$ GPa	$\sigma_p$ MPa	$\nu$
20	0.5	250	0.3

Tabela 6. Parametry obliczeniowe.

Grubość	Tarcza	Obciążenie	Max. pole pow.	Liczba osobników	Liczba pokoleń
-	PSO	130	17200	50	300



Rysunek 14. 1/4 tarczy z otworem eliptycznym. a) geometria, b) najlepszy osobnik w 1 pokoleniu, c) najlepszy osobnik w 147 pokoleniu.

## 5.4. Przykład 4

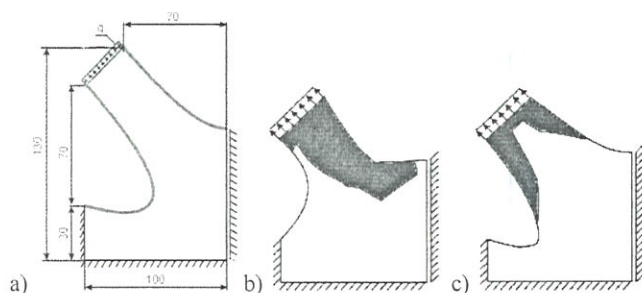
Rozważana była optymalizacja węzła konstrukcyjnego typu K o parametrach materiałowych przedstawionych w tabeli 7. Z uwagi na symetrię rozważano tylko 1 układ. Geometria brzegu nieobciążonego zdefiniowana jest za pomocą dwóch krzywych NURBS, obie krzywe opisane są za pomocą 3 punktów kontrolnych (po lewej 2 zmienne projektowe, po prawej 3). Funkcja przystosowania obliczana była za pomocą MEB przy założonym płaskim stanie odkształcenia (PSO). Parametry obliczeniowe układu oraz optyma-

Tabela 7. Parametry materiału.

$E_1$ GPa	$E_2$ GPa	$\sigma_p$ MPa	$\nu$
20	0.5	250	0.3

Tabela 8. Parametry obliczeniowe.

Grubość	Tarcza	Obciążenie	Max. pole pow.	Liczba osobników	Liczba pokoleń
–	PSO	110	8250	100	300



Rysunek 15. 1/2 węzła konstrukcyjnego typu K. a) geometria, b) najlepszy osobnik w 1 pokoleniu, c) najlepszy osobnik w 275 pokoleniu.

lizacji ewolucyjnej przedstawiono w tabeli 8. Wyniki optymalizacji ewolucyjnej przedstawiono na rysunku 15.

## 6. WNIOSKI

Zastosowanie algorytmów ewolucyjnych umożliwia optymalizację ciał sprężysto-plastycznych i z dużym prawdopodobieństwem prowadzi w pobliżu optimum globalnego. Algorytmy te nie potrzebują informacji o gradiencie funkcji przystosowania. Algorytmy ewolucyjne są bardzo pracochłonne, skrócenie czasu obliczeń jest możliwe przez zastosowanie rozproszonych algorytmów ewolucyjnych (Burczyński i Kuś, 2002).

## Uwaga końcowa

Praca badawcza powstała w ramach projektu badawczego KBN nr 8T11F00519.

## LITERATURA

- Arabas J., 2001, Wykłady z algorytmów ewolucyjnych. WNT, Warszawa.
- Burczyński T., 1995, Metoda elementów brzegowych, WNT, Warszawa.
- Burczyński T., Kuś W., 2000, Evolutionary methods in shape optimisation of elastoplastic structures. *Mat. 33rd Solid Mechanics Conference SolMECH*, Zakopane, str. 135-136.
- Burczyński T., Kuś W., 2002, Optymalne projektowanie konstrukcji nieliniowych z wykorzystaniem rozproszonego algorytmu ewolucyjnego. *Mat. 9 Konf. Informatyka w Technologii Metal KomPlasTech 2002*. Szczawnica, str. 23-30.
- Goldberg D.E., 1995, Algorytmy genetyczne i ich zastosowania. WNT, Warszawa.
- Kleiber M. (ed.), 1998, Handbook of Computational Solid Mechanics. Springer, Berlin.
- Kuś W., Burczyński T., 2000, Ewolucyjna optymalizacja ciał sprężysto-plastycznych. *Mat. Artificial Intelligence in Mechanics and Mechanical Engineering AI-MECH 2000*, Gliwice, str. 213-218.
- Leu L.J., Mukherjee S., 1993, Sensivity analysis and shape optimization in nonlinear solid mechanics. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 12, str. 251-260.
- Michalewicz Z., 1999, Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. WNT, Warszawa.
- Piegl L., Tiller W., 1997, The NURBS Book. Springer-Verlag, Berlin.
- Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., 2000, The Finite Element Method, Vol. 2, *Solid Mechanics*. Butterworth, Oxford.