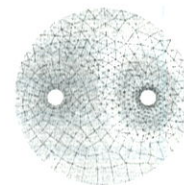




Wydawnictwo
Naukowe
AKAPIT



EFEKTYWNA I NIEZAWODNA METODA SYMULACJI PROCESÓW KSZTAŁTOWANIA BLACH

MAREK KAWKA, KLAUS-JÜRGEN BATHE

AN EFFECTIVE AND RELIABLE IMPLICIT SCHEME FOR SIMULATION OF SHEET METAL FORMING PROCESSES

Abstract

In this paper advances in the simulation of sheet metal forming processes using implicit integration are presented. First, some key features of reliable finite element analysis are discussed: appropriate use of static and dynamic analysis procedures, effective finite elements and efficient contact algorithms. Then, the importance of these features for the simulation of sheet metal forming processes is illustrated using well-known benchmark examples.

1. Wstęp

Metoda elementów skończonych jest szeroko wykorzystywana do symulacji numerycznej procesów kształtowania blach. Programy oparte na jawnych schematach całkowania (*explicit integration*) dominują w zastosowaniach, głównie dzięki względnie krótkim czasom obliczeń modeli obliczeniowych złożonych z bardzo wielu elementów.

Jednak, nawet bardzo pobieżna analiza symulacji wykonanych w oparciu o jawne schematy całkowania rodzi szereg pytań, jak na przykład: czy symulowany model matematyczny odpowiada rzeczywistemu procesowi kształtowania, lub jaka jest dokładność wyników rozwiązania? Te i podobne pytania mogą wzbudzić wątpliwości czy zastosowanie jawnych metod całkowania w symulacji procesów kształtowania blach jest właściwe.

Od lat, wykorzystanie niejawnych metod całkowania (*implicit integration*) do symulacji procesów kształtowania blach uważane było za mało efektywne. Jako podstawową przyczynę takich opinii wymieniano długi czas obliczeń oraz problemy osiągnięcia zbieżności w procesach iteracyjnych. W ostatnich latach sytuacja ta uległa jednak zmianie. W chwili obecnej, dzięki zarówno rozwojowi metod numerycznych jak i sprzętu komputerowego, można efektywnie rozwiązywać bardzo duże problemy dotyczące symulacji procesów kształtowania blach posługując się niejawnymi schematami całkowania. Możliwości takie powstały dzięki następującym czynnikom: a) algorytmy numeryczne pozwalają na uniknięcie sztucznych zabiegów takich jak skalowanie masy lub zmiana prędkości ruchu narzędzi, dzięki czemu symulowany proces obróbki plastycznej jest bliższy rzeczywistemu; b) poprawnie sformułowane elementy skończone za-

M. Kawka, ADINA R&D Inc., USA, K.-J. Bathe, Massachusetts Institute of Technology, USA

pewniają szybką zbieżność procesów iteracji c) dzięki specjalnym algorytmom istnieje możliwość opisu skomplikowanych zjawisk kontaktowych w zakresie dużych odkształceń (Kawka i Bathe, 2001).

Prezentowane w niniejszej pracy podejście do symulacji procesów kształtowania blach bazuje na najnowszych osiągnięciach mechaniki komputerowej. W obliczeniach wykorzystano niezawodną rodzinę elementów skończonych, które spełniają warunki konieczne dla osiągnięcia optymalnej zbieżności w symulacji procesów odkształcania ciał nieściśliwych (lub ciał bliskim temu założeniu). Stosowane w pracy algorytmy numeryczne nie wymagają posługiwania się sztucznymi współczynnikami, które zapewniają zbieżność obliczeń oraz nie wymagają zmiany parametrów technologicznych procesów kształtowania w celu skrócenia czasu obliczeń. Wszystko to czyni prezentowane przez nas podejście przyjaznym dla osób wykonujących symulacje i zapewnia wiarygodność uzyskanych wyników.

2. RÓWNANIA RUCHU

Z punktu widzenia mechaniki, tłoczenie blach jest skomplikowanym procesem, w którym występują duże odkształcenia ciał sprężysto-plastycznych jak i złożone zjawiska kontaktowe. Modelowanie takich procesów prowadzi do analizy nieliniowych zagadnień mechaniki ciał odkształczanych. Zakładając niejawną schemat całkowania, równania mechaniki opisujące procesy odkształcania przyjmują postać (w celu uproszczenia wyrażen pominięto tłumienie) (Bathe, 1996):

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{U}} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F} \quad (1)$$

gdzie \mathbf{M} jest macierzą mas, $\ddot{\mathbf{U}}$ jest wektorem przyspieszenia, \mathbf{R} jest wektorem sił zewnętrznych, zaś \mathbf{F} jest wektorem sił które odpowiadają naprężeniom wewnętrznym. Górny index $t+\Delta t$ oznacza czas w którym równanie jest sformułowane. Przyjmując do rozwiązania algorytm Newtona-Raphsona ($i = 1, 2, \dots$) otrzymuje się:

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{U}}^{(i)} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} \quad (2)$$

gdzie

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta \mathbf{U}^{(i)}$$

przy czym iteracje są kontynuowane aż do spełnienia kryteriów zbieżność. Dodatkowe równania określające sposób obliczeń prędkości i przyspieszeń pochodzą z całkowania w czasie. Posługując się jednokrokwą metodą trapezów:

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{U} = {}^t \mathbf{U} + \frac{\Delta t}{2} ({}^t \dot{\mathbf{U}} + {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{U}})$$

$${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{U}} = {}^t \dot{\mathbf{U}} + \frac{\Delta t}{2} ({}^t \ddot{\mathbf{U}} + {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{U}})$$

otrzymujemy końcową postać równań:

$$\left({}^{t+\Delta t} \mathbf{K}^{(i-1)} + \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} \right) \Delta \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{R} - {}^{t+\Delta t} \mathbf{F}^{(i-1)} - \mathbf{M} \left(\frac{4}{\Delta t^2} ({}^{t+\Delta t} \mathbf{U}^{(i-1)} - {}^t \mathbf{U}) - \frac{4}{\Delta t} {}^t \dot{\mathbf{U}} - {}^t \ddot{\mathbf{U}} \right) \quad (3)$$

Ważną cechą równania (3) w przypadku symulacji procesów kształtowania blach jest to, że równania równowagi są spełnione na każdym kroku całkowania. Dodatkowo, nie istnieją ograniczenia na wartość kroku czasowego i dlatego manipulowanie parametrami procesu odkształcania (takimi jak prędkość narzędzi lub gęstość materiału) w celu przyspieszenia procesu obliczeń, jest niepotrzebne.

W problemach analizy procesów obróbki plastycznej równanie (3) jest uzupełnione równaniami opisującymi zjawiska kontaktowe. Kluczowym problemem, który warunkuje zbieżność procesu iteracji jest spójność równań opisujących kontakt z niejawnym schematem całkowania równania (3).

Skuteczne rozwiązanie równania (3) wymaga zastosowania zaawansowanych technik komputerowych, takich jak szybkie metody rozwiązywania układów równań i efektywne techniki obliczeń za pomocą komputerów wieloprocessorowych.

3. ELEMENTY

Analiza ośrodków nieściśliwych (np. materiały typu gumy) lub im bliskim (metale w stanie sprężysto-plastycznym) wymagają stosowania starannie dobranych elementów skończonych. Standardowo sformułowane elementy, oparte na przemieszczeniowych funkcjach kształtu, nie są przydatne w analizie ośrodków nieściśliwych gdyż ulegają one usztywnieniu (*locking*) w trakcie odkształcania. Typowym zabiegiem stosowanym w celu poprawy własności takich elementów jest zmniejszenie rzędu całkowania macierzy sztywności (*reduced integration*) lub wprowadzenie tzw. macierzy stabilizujących (*stabilized integration*). Niestety, konsekwencją tego typu zabiegów są różnorodne problemy obliczeniowe. Na przykład, zmniejszanie rzędu całkowania macierzy sztywności powoduje trudności związane ze sztucznymi polami deformacji (zero energy modes), natomiast macierze stabilizujące wymagają dobierania sztucznych współczynników korekcyjnych w celu osiągnięcia zbieżności rozwiązania.

W ciągu kilku ostatnich lat postępy w dziedzinie podstaw teoretycznych metody elementów skończo-

nych pozwoliły na sformułowanie kryteriów, które muszą spełniać elementy w celu osiągnięcia optymalnej zbieżności w procesach odkształcania ciał nieściśliwych lub im bliskich. Kryteria te, to warunek eliptyczności (*ellipticity condition*) oraz warunek „inf-sup” (*inf-sup condition*) (Bathe, 1996).

Niech V_h oznacza przestrzeń interpolacji przemieszczeń, Q_h przestrzeń interpolacji hydrostatycznej składowej tensora naprężenia, oraz K_h będzie dane przez:

$$K_h = \mathbf{v}_h \mid \mathbf{v}_h \in V_h, \operatorname{div} \mathbf{v}_h = 0$$

Przy tych założeniach warunek eliptyczności przyjmuje postać:

$$a(\mathbf{v}_h, \mathbf{v}_h) \geq \alpha \|\mathbf{v}_h\|^2 \quad \forall \mathbf{v}_h \in K_h$$

gdzie $a(\cdot, \cdot)$ jest formą dwuliniowego operatora odpowiadającego energii odkształceń dewiatorów tensora naprężeń i odkształceń, natomiast α jest stałą większą od zera i niezależną od h . Warunek „inf-sup” ma postać:

$$\inf_{q_h \in Q_h} \sup_{\mathbf{v}_h \in V_h} \frac{\int_{Vol} q_h \operatorname{div} \mathbf{v}_h dVol}{\|\mathbf{v}_h\| \|q_h\|} \geq \beta > 0$$

gdzie β jest stałą niezależną od h .

W systemie ADINA, rodzina elementów opartych na niezależnej interpolacji pola przemieszczeń oraz składowej hydrostatycznej tensora naprężenia (*mixed interpolation u/p elements*) wykorzystywana jest do symulacji procesów objętościowych obróbki plastycznej metali. Najlepszymi elementami w tej rodzinie są 9-węzłowy element dwuwymiarowy oraz jego odpowiednik – trójwymiarowy element 27-węzłowy. W przypadku obu elementów wykorzystano liniową interpolację składowej hydrostatycznej tensora naprężeń (Bathe, 1996). Obydwa elementy spełniają warunek eliptyczności oraz warunek „inf-sup”, dzięki czemu osiąga się znacznie lepsze wyniki symulacji procesów obróbki plastycznej niż inne typy elementów; przykłady przedstawiono poniżej w rozdziale 6.

Do symulacji procesów kształtowania cienkich blach wykorzystuje się elementy powłokowe. Elementy te powinny spełniać różnorodne warunki charakterystyczne dla powłok. Przykładowo, nie powinny wykazywać sztucznych efektów usztywnienia (*membrane and shaeer locking*) oraz powinny zapewniać stopień zbieżności zgodny z rzędem funkcji kształtu (Chapelle i Bathe, 1998). Podobnie jak w przypadku analizy ciał nieściśliwych, sformułowanie elementów powłokowych musi być oparte na odrębnej interpolacji wybranych składowych tensora naprężenia oraz pola przemieszczeń. Przykładem osiągnięć w dziedzinie elementów powłokowych jest rodzina elemen-

tów typu MITC (Mixed Interpolation of Tensorial Components). Elementy te mogą być wykorzystywane zarówno w analizie cienkich jak i grubych konstrukcji powłokowych, a nadto wykazują bardzo dobre własności w przypadku symulacji przemysłowych procesów kształtowania blach; przykłady przedstawiono w rozdziale 6.

4. KONTAKT

Efektywny i wszechstronny algorytm analizy kontaktu jest jednym z najważniejszych elementów niezawodnego systemu symulacyjnego. W modelowaniu procesów obróbki plastycznej można wyróżnić dwa typy problemów kontaktowych: kontakt ciała odkształcanego z ciałem sztywnym, oraz kontakt dwóch ciał odkształcanych. Obydwa problemy muszą być rozwiązywane efektywnie dla skomplikowanych kształtów powierzchni kontaktowych i stale zmieniających się warunków kontaktu. W celu rozwiązania tego typu problemów kontaktowych, w systemie ADINA opracowano algorytm funkcji ograniczającej (*constraint function algorithm*) (Bathe, 1996; ADINA, 2000).

Niech g oznacza szczelinę pomiędzy dwoma stykającymi się ciałami (na przykład odkształcaną blachą i sztywnym narzędziem) zaś λ niech oznacza składową normalną siłę kontaktowych. Przy tych oznaczeniach warunki kontaktu w kierunku normalnym można opisać równaniem:

$$g \geq 0; \quad \lambda \geq 0; \quad g\lambda = 0 \quad (4)$$

Zgodnie z równaniem (4) szczelina g musi być równa zero dla λ większego od zera, przy czym prawdziwa jest również zależność odwrotna. Obydwa warunki kontaktu mogą być opisane przy pomocy jednej funkcji w , jeśli rozwiązanie równania:

$$w(g, \lambda) = 0$$

spełnia warunki (4). Przykładowo, jako funkcję w można przyjąć:

$$w(g, \lambda) = \frac{g + \lambda}{2} - \sqrt{\left(\frac{g - \lambda}{2}\right)^2 + \epsilon} \quad (5)$$

gdzie ϵ jest bliską zeru stałą dodatnią, automatycznie wyznaczaną w trakcie obliczeń. Ważną cechą funkcji ograniczającej w wykorzystywanej do nałożenia ograniczeń (4), jest ciągłość i różniczkowalność. Dzięki temu, pochodne funkcji w można wykorzystać do obliczenia macierzy stycznej modelowanego układu. Sytuacja ta zapewnia bardzo dobrą zbieżność procesu iteracji w trakcie rozwiązywania równania (3).

Inna funkcja może być wykorzystana do opisanie warunków kontaktu dla składowej stycznej siły kon-



taktowych. Ważnym jest aby i ta funkcja spełniała warunki ciągłości i różniczkowalności (ADINA, 2000).

5. SPRĘŻENIE CIECZ-CIAŁO STAŁE

Metody symulacji problemów mechaniki płynów i mechaniki ciała stałego są stosunkowo dobrze znane i szeroko stosowane w praktyce. Natomiast nowym działem w symulacji jest rozwiązywanie problemów przepływów cieczy, które to przepływy powodują sprężenie cieczy i ciała stałego. Symulacje tego typu umożliwiają badanie zjawisk, które nie występują przy oddzielnej analizie obszarów cieczy i ciała stałego. W systemie ADINA, ciała stałe analizowane są na bazie opisu Lagrange'a, natomiast cieczy na bazie opisu ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) dla równań Navier-Stokesa (Bathe, 1996).

Sprężone równania metody elementów skończonych dla chwili czasowej t mają postać:

$${}^t\mathbf{F} = {}^t\hat{\mathbf{R}} \quad (6)$$

gdzie:

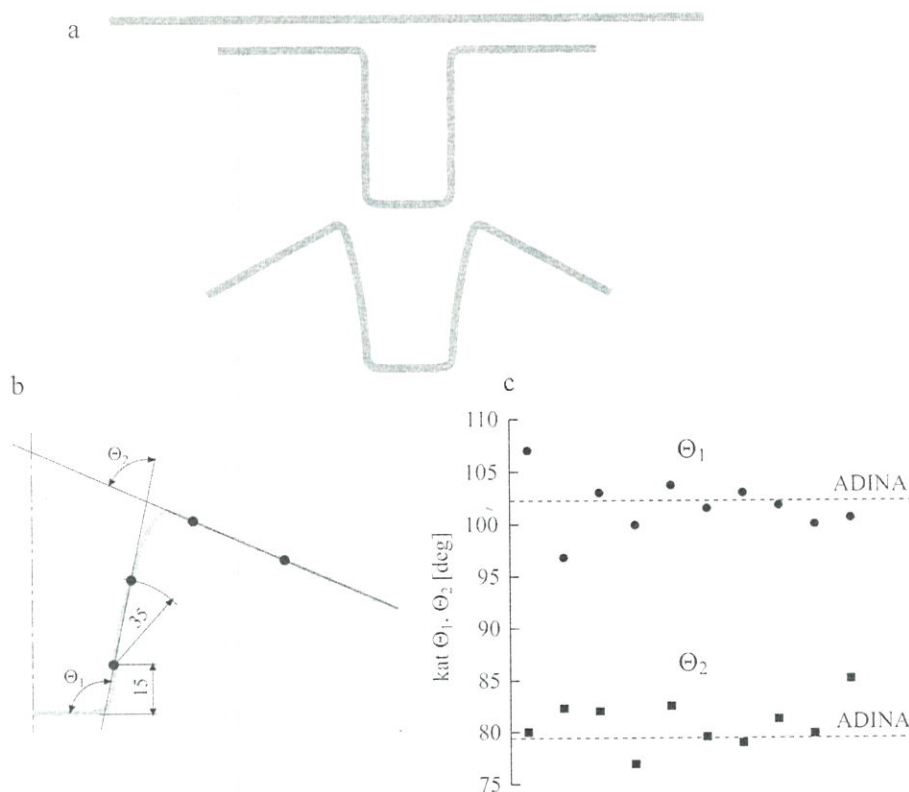
$${}^t\mathbf{F} = \begin{bmatrix} {}^t\mathbf{F}^F \\ {}^t\mathbf{F}^I \\ {}^t\mathbf{F}^S \end{bmatrix} \quad {}^t\hat{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} {}^t\hat{\mathbf{R}}^F \\ {}^t\hat{\mathbf{R}}^I \\ {}^t\hat{\mathbf{R}}^S \end{bmatrix}$$

Wektor ${}^t\mathbf{F}$ zawiera siły węzłowe odpowiadające naprężeniom w elementach, wektor ${}^t\mathbf{R}$ zawiera zewnętrzne siły węzłowe łącznie z siłami bezwładności. Obydwa wektory zawierają składowe odpowiadające obszarowi cieczy (górny indeks F), obszarowi ciała stałego (górny indeks S) oraz granicy ciecz-ciało stałe (górny indeks I). Na granicy obszarów ciecz-ciało stałe, równanie (6) zawiera kinematyczne i dynamiczne warunki zgodności dla różnych typów elementów po obu stronach granicy.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że równanie (6) opisuje pełne sprężenie pomiędzy obszarem cieczy i ciała stałego dla problemów statycznych i dynamicznych. Równanie (6) rozwiązywane jest metodą przyrostową, krok po kroku, bazując na niejawnym schemacie całkowania.

6. PRZYKŁADY ZASTOSOWAŃ

Poniżej zaprezentowano wybrane przykłady analizy procesów obróbki plastycznej. Przykłady te ilustrują charakterystyczne cechy systemu obliczeniowego ADINA, którymi są skuteczna symulacja procesu sprężynowania powrotnego (*spring back*) oraz analiza kontaktowa dla dużych odkształceń powłok i brył. Wszystkie wyniki uzyskano w oparciu o niejawną metodę całkowania opisaną powyżej.



Rysunek 1. Dwuwymiarowy test tłoczenia blach (NUMISHEET, 1993); stal o podwyższonych własnościach wytrzymałościowych, siła dociskacza 19 kN; (a) profile blachy: początkowy, po tłoczeniu i po odsprężynowaniu; (b) technika pomiaru kąta odsprężynowania; (c) porównanie pomiędzy wynikami doświadczeń (koła i kwadraty) a wynikami obliczeń programem ADINA (linia przerywana).

6.1. Tłoczenie blach

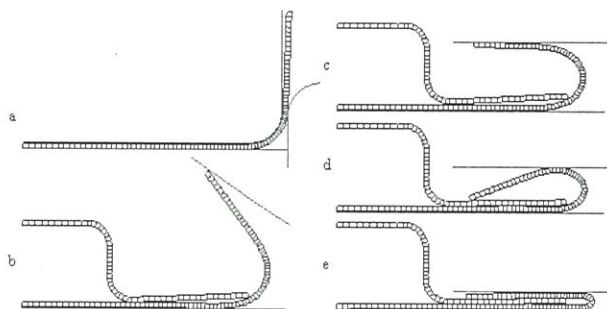
Tłoczenie cienkich blach jest technologią stosowaną w wielu dziedzinach przemysłu. Problemem powszechnie spotykanym w tłocznictwie blach jest końcowa dokładność wyrobu. Za główne źródło problemów z uzyskaniem zadanych wymiarów uważa się zjawisko sprężynowania powrotnego (spring back). Bardzo często, w celu usprawnienia procesu projektowania narzędzi, stosuje się symulację metodą elementów skończonych.

Na początku lat 90-tych, w celu oceny jakości programów symulacyjnych, organizatorzy konferencji Numisheet'93 zaproponowali bardzo prosty problem testowy – dwuwymiarowy proces tłoczenia blach pokazany na rysunku 1 (Numisheet, 1993). Ku sporemu zaskoczeniu uczestników konferencji, komercyjne systemy obliczeniowe miały poważne problemy z otrzymaniem dobrych wyników.

W symulacji przy użyciu systemu ADINA, posłużono się siatką 105 elementów dziewięciowęzłowych typu u/p (tylko jedna warstwa elementów na grubości blachy). Otrzymane wyniki są bardzo bliskie wynikom eksperymentów (dla uproszczenia, przedstawiono wyniki obliczeń tylko dla stali o podwyższonych własnościach wytrzymałościowych).

6.2. Zaginanie blach (hemming)

Proces zaginania blach jest powszechnie stosowany w przemyśle motoryzacyjnym do łączenia zewnętrznych i wewnętrznych paneli drzwi samochodowych. Dokładność tej operacji wpływa w sposób znaczący na wygląd zewnętrzny samochodu. Jakiegokolwiek wady na powierzchni zewnętrznej drzwi mogą spowodować odrzut wyrobu w końcowym etapie produkcji jak i konieczność kosztownych przeróbek narzędzi. Analiza tego problemu jest wymagającym testem dla programów symulacyjnych gdyż oprócz dużych odkształceń blach występują w tym procesie bardzo trudne warunki kontaktu. W prezentowanej w



Rysunek 2. Zaginanie blach w płaskim stanie odkształcenia: (a) operacja wstępna, panel zewnętrzny jest zaginany o 90°; (b)...(e) panele zewnętrzny i wewnętrzny są łączone.

niniejszej pracy symulacji wykorzystano 90 elementów dziewięciowęzłowych typu u/p dla powłoki zewnętrznej drzwi oraz 50 elementów dla powłoki wewnętrznej (rysunek 2). Pomimo złożoności problemu, otrzymano w trakcie obliczeń bardzo dobrą zbieżność procesu rozwiązania przy średnio czterech iteracjach w każdym kroku.

6.3. Test S-Rail

Problem S-Rail jest standardowym testem programów symulacyjnych metody elementów skończonych w tłocznictwie blach (Numisheet, 1996). Ten średniej wielkości problem obliczeniowy (tylko 3000 elementów powłokowych) jest bliski rzeczywistym procesom technologicznym. W prezentowanym przykładzie posłużono się elementami MITC. Porównanie końcowego kształtu wytłoczki otrzymanej w wyniku symulacji i rzeczywistego wyrobu przedstawiono na rysunku 3. Ważną cechą systemu ADINA jest stosunek czasu obliczeń sprężynowania powrotnego (spring back) do czasu obliczeń procesu formowania, który w większości przypadków wynosił poniżej 0,1.

6.4. Formowanie ciecżą

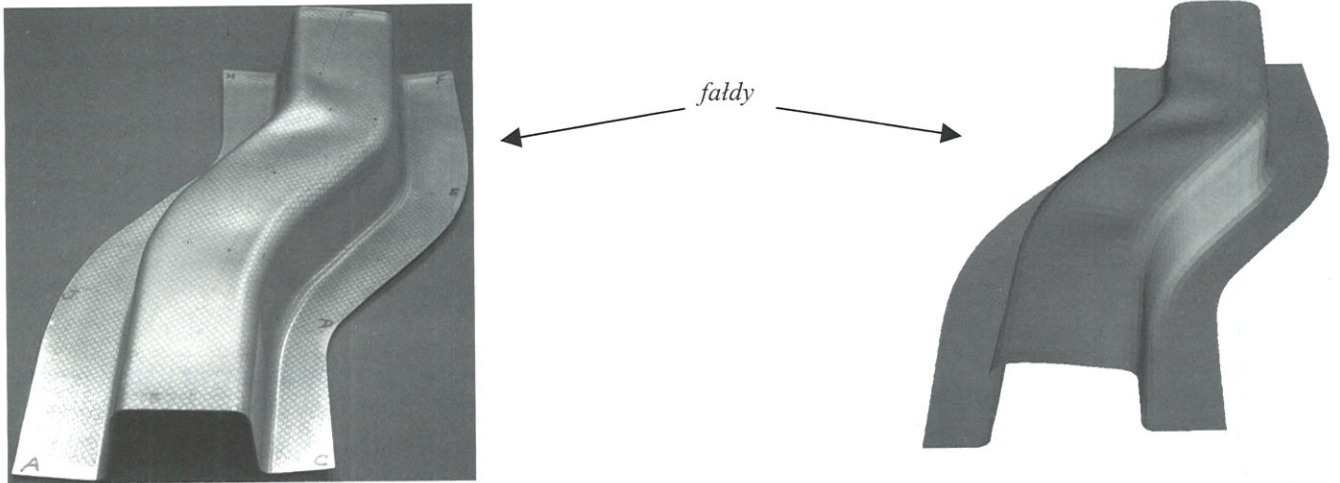
Proces wybrzuszenia blach przy pomocy cieczy jest standardowym testem badania własności materiału. Jest to zagadnienie statyczne, stąd sprzężona analiza cieczy (olej maszynowy) z ciałem stałym (odkształcana blacha) nie wnosi nowych informacji. Problem ten przedstawiono w celu zilustrowania nowych możliwości symulacji (rysunek 4).

7. WNIOSKI

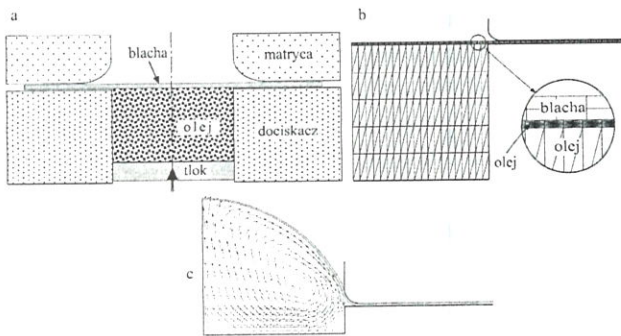
W pracy przedstawiono efektywny i niezawodny system symulacji oparty na niejawnych metodach całkowania równań ruchu. Zalety systemu zilustrowano przykładami obliczeń dla problemów o średniej wielkości. Czasy obliczeń dla prezentowanych przykładów nie odbiegają od typowych czasów symulacji systemami bazującymi na jawnych metodach całkowania.

Praktyczne zastosowanie opisanych w pracy niejawnych metod całkowania można zweryfikować jedynie w przypadku symulacji dużych problemów przemysłowych. Wstępne wyniki dla takich problemów potwierdzają efektywność prezentowanego systemu symulacji.





Rysunek 3. Test S-Rail (Numisheet, 1996). Porównanie kształtów wytłoczki otrzymanej w doświadczeniu i dzięki symulacji systemem ADINA (stal tłoczna, siła dociskacza 10 kN).



Rysunek 4. Kształtowanie cieczą (a) model osiowo-symetryczny: matryca o średnicy wewnętrznej 100 mm i promieniu zaokrąglenia 5 mm, blacha ze stali tłocznej o średnicy zewnętrznej 200 mm i grubości 1 mm; (b) siatka elementów skończonych: blacha (material sprężysto-plastyczny) 100 elementów dziewięciowęzłowych typu u/p, olej - ciecz nieznacznie ściśliwa: 600 liniowych elementów trójkątnych; (c) rozwiązanie: odkształcona blacha i pole prędkości cieczy.

LITERATURA

- Kawka, M., Bathe, J.K., 2001, Implicit integration for the solution of metal forming problems, *First MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*, Cambridge, MA.
- Bathe, K.J., 1996, *Finite Element Procedures*, Englewood Cliffs, Prentice Hall.
- Chapelle, D, Bathe, K.J., 1998, Fundamental considerations for the finite element analysis of shell structures, *Computers and Structures*, 66, (1), 19-36.
- ADINA R&D, Inc., 2000, *Theory and Modeling Guide*, Report No. ARD-00-07, Watertown.
- Numisheet'93, 1993, *Proc. 2nd International Conference and Workshop*, Isehara, Japan.
- Numisheet'96, 1996, *Proc. 3rd International Conference and Workshop*, Dearborn, Michigan, US.

Note

This paper describes work performed by the two authors given above, K.J. Bathe would like to thank M. Kawka for having written the paper in Polish.